



Peter Költzsch

Werner Albring und die Ähnlichkeitsmechanik

In: Der Forscher und der Zweifler : Werner Albring zum 90. Geburtstag ; Vorträge des Ehrenkolloquiums am 28. September 2004. Herausgegeben von der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 2005, S. 57-77.

Persistent Identifier: [urn:nbn:de:kobv:b4-opus-26208](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:kobv:b4-opus-26208)

Die vorliegende Datei wird Ihnen von der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften unter einer Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany (cc by-nc-sa 3.0) Licence zur Verfügung gestellt.



Peter Költzsch

Werner Albring und die Ähnlichkeitsmechanik

Lieber Herr Albring, meine sehr verehrten Damen und Herren!

1 Einführung

Ich möchte Ihnen in diesem Vortrag einige Überlegungen darstellen, die die Bedeutung der Ähnlichkeitsmechanik im wissenschaftlichen Werk von Werner Albring kennzeichnen. Ich möchte dabei auch verdeutlichen, daß unser akademischer Lehrer Werner Albring uns, also seinen Schülern, diese Denkweise übermitteln hat und daß damit unsere wissenschaftliche Arbeitsweise ganz entscheidend von Grundprinzipien der Ähnlichkeitsmechanik geprägt worden ist.

Werner Albring ist hinsichtlich dieser wissenschaftlichen Methode der Ähnlichkeitsmechanik außerordentlich stark von Hermann von Helmholtz beeinflusst worden. Er hat sich mit der fundamentalen Ähnlichkeitsarbeit von Helmholtz intensiv befaßt. Albring gebührt das Verdienst, diese Helmholtzsche Arbeit zur Ähnlichkeitsmechanik dem Speicher des Vergessenen entrissen und für wissenschaftliche und wissenschaftshistorische Untersuchungen wieder bekannt gemacht zu haben. Auch darüber möchte ich in diesem Vortrag sprechen.

2 Ähnlichkeitskennzahlen

Ähnlichkeitskennzahlen spielen in vielen Bereichen der Technik und Naturwissenschaften eine große Rolle. Im *Fachgebiet der Strömungsmechanik* sind die hier gezeigten dimensionslosen Größenkombinationen von besonderer Bedeutung:

Reynolds-Zahl	$Re = \frac{v l}{\nu}$	Mach-Zahl	$Ma = \frac{v}{c}$
Euler-Zahl	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho v^2}$	Froude-Zahl	$Fr = \frac{v}{\sqrt{gl}}$

Im *Fachgebiet Akustik* werden insbesondere verwendet:

$$\text{Helmholtz-Zahl} \quad \mathbf{He} = \frac{l}{\lambda} \quad \text{Strouhal-Zahl} \quad \mathbf{Sr} = \frac{f l}{v}$$

Der Anwendungsbereich dieser Ähnlichkeitskennzahlen liegt unter anderem in der Auslegung gegenständlicher Modelle, im Fachgebiet der Strömungsmechanik zum Beispiel in den Untersuchungen von verkleinerten Flugzeugbauteilen im Windkanal bzw. in der Akustik zum Beispiel bei verkleinerten Modellen zur Raumakustik eines Konzertsaaes.

Es gelten dabei offensichtlich bestimmte Umrechnungsbeziehungen zwischen einem Original O und dem Modell M , so daß ein Subjekt das Modell nach den Vorgaben des (realen oder fiktiven) Originals gestalten kann, daß das Modell entsprechend physikalisch ähnlich betrieben werden kann und daß die im Modell erhaltenen experimentellen Ergebnisse auf das Original zurückgerechnet werden können.

Grundlage dazu ist die Kenntnis der für diesen Prozeß relevanten Ähnlichkeitsinvarianten: Es gilt der Satz:

Zwei Vorgänge sind physikalisch ähnlich, wenn die problemimmanenten Ähnlichkeitsinvarianten π beider Vorgänge denselben Zahlenwert haben:

$$\pi_{jO} = \pi_{jM} \quad \text{d. h.} \quad \pi = \text{idem}$$

Bei vollkommener physikalischer Ähnlichkeit müssen die Zahlenwerte dieser Ähnlichkeitskennzahlen im Modell und im Original gleich sein. In der Praxis ist meist nur partielle Ähnlichkeit realisierbar.

Die Liste der heute bekannten und in der Physik und Technik verwendeten Ähnlichkeitskennzahlen ist lang; sie umfaßt bei Beschränkung auf die wesentlichen Kennzahlen der Mechanik, Strömungsmechanik, Thermodynamik und Akustik etwa 40 dimensionslose Kenngrößen, zum Beispiel

Archimedes-Zahl	Bingham-Zahl	Biot-Zahl
Cauchy-Zahl	Damköhler-Zahl	Eckert-Zahl
Euler-Zahl	Fourier-Zahl	Froude-Zahl
Galilei-Zahl	Gay-Lussac-Zahl	Grashof-Zahl
Hagen-Zahl	Helmholtz-Zahl	Knudsen-Zahl
Mach-Zahl	Nußelt-Zahl	Poisson-Zahl
Prandtl-Zahl	Rayleigh-Zahl	Reynolds-Zahl
Rossby-Zahl	Schmidt-Zahl	Sherwood-Zahl

Sommerfeld-Zahl	Stanton-Zahl	Stokes-Zahl
Strouhal-Zahl	Taylor-Zahl	Weber-Zahl

Diese Ähnlichkeitskennzahlen sind mit den Namen bedeutender Wissenschaftler der Physik und anderer Wissenschaftsdisziplinen verbunden.

Einige davon waren Mitglieder der Vorgängerakademien der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, unter anderen (in Klammern: Mitglied der Akademie seit ...):

BIOT, Jean Baptiste	1774–1862	(1820)
CAUCHY, Augustin-Louis Baron de	1789–1857	(1836)
EULER, Leonhard	1707–1783	(1741)
FOURIER, Joseph Baron de	1768–1830	(1826)
GAY-LUSSAC, Louis-Joseph	1778–1850	(1812)
HAGEN, Gotthilf Heinrich Ludwig	1797–1884	(1842)
HELMHOLTZ, Hermann von	1821–1894	(1857)
KNUDSEN, Martin	1871–1949	(1921)
POISSON, Denis	1781–1840	(1812)
PRANDTL, Ludwig	1875–1953	(1937)
RAYLEIGH, Lord (STRUTT, John W.)	1842–1919	(1896)
SOMMERFELD, Arnold	1868–1951	(1920)
STOKES, George Gabriel	1819–1903	(1859)

Wir verwenden also heute in der Ähnlichkeitsmechanik zum Beispiel die Hagen-Zahl, die Prandtl-Zahl und die Sommerfeld-Zahl.

Die Ähnlichkeitskennzahlen, das heißt dimensionslose Kombinationen von physikalischen Größen, werden vorrangig für folgende Anwendungsfälle benutzt:

- im genannten Sinne als Kriterien für die Gestaltung der physikalischen Ähnlichkeit, das heißt der Wechselbeziehungen zwischen dem Original und dem Modell,
- zur Charakterisierung von Grenzwerten physikalischen Geschehens (mit festen Zahlenwerten), zum Beispiel die kritische Reynolds-Zahl für den Übergang der laminaren in die turbulente Strömungsform, oder: die Strouhal-Zahl für die Äolstöne des umströmten Kreiszyinders bzw. für die Kármánsche Wirbelstraße,
- die Ähnlichkeitskennzahlen werden verwendet als laufende, dimensionslose Koordinaten,
- zur dimensionslosen Darstellung von Meßwerten und Ergebnissen numerischer Berechnungen, das heißt zur Verdichtung von umfangreichem Datenmaterial.

Diese erweiterte Nutzung von dimensionslosen Größen eines technischen bzw. naturwissenschaftlichen Fachgebietes ist in exzellenter Weise von meinem hochverehrten Lehrer Prof. Werner Albring in seinen wissenschaftlichen Untersuchungen, in seinen Vorlesungen, bei seinen Vorträgen und in seinen Zeitschriften- und Buchpublikationen praktiziert worden. Seine Schüler haben diese bevorzugte Verwendung solcher klassischer dimensionsloser Größen in ihre Lehr- und Forschungsaufgaben in starkem Maße übernommen.

3 Die Hagen-Zahl nach W. Albring

Schreibt man die Bernoulli-Gleichung mit einem Verlustglied und in dimensionsloser Form an, so ergeben sich in dieser Gleichung dimensionslose Ähnlichkeitskennzahlen, so zum Beispiel die Reynolds-Zahl und die Froude-Zahl. In diese Gleichung hat Werner Albring 1961 als das Verhältnis von Druckkraft zur Reibungskraft die Hagen-Zahl eingeführt. Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1797–1884), preußischer Baudirektor, Verfasser des Handbuches der Wasserbaukunst, Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften seit 1842, entdeckte die Gleichung für den Druckabfall bei laminarer Rohrströmung (neben Poiseuille) und beschrieb etwa 40 Jahre vor Osborne Reynolds den Umschlag einer Rohrströmung von der laminaren in die turbulente Strömungsform.

Die Hagen-Zahl wird nach Albring als Ähnlichkeitssimplex von Druckkraft und Reibungskraft in reibungsbehafteten Strömungen sinngemäß in der hier gezeigten Form definiert: und zwar wird das Produkt aus Druckgradient und Querschnittsfläche durch das Produkt von dynamischer Viskosität und Strömungsgeschwindigkeit dividiert:

$$Ha = \frac{\left(-\frac{dp}{ds}\right) D_{gl}^2}{\eta \bar{v}}$$

mit: D_{gl} hydraulisch gleichwertiger Durchmesser
 η dynamische Zähigkeit des Fluids

Für die Hagen-Zahl der laminaren Rohrströmung gilt:

– Kreisförmiger Rohrquerschnitt: $Ha = 32$

→ Rohrreibungszahl: $\lambda = 2 \frac{Ha}{Re} = \frac{64}{Re}$

– Schlitzförmiger Kanalquerschnitt: $Ha = 48$

→ Rohrreibungszahl: $\lambda = 2 \frac{Ha}{Re} = \frac{96}{Re}$

– Quadratischer Kanalquerschnitt: $Ha = 28,47$

→ Rohrreibungszahl: $\lambda = 2 \frac{Ha}{Re} = \frac{56,94}{Re}$

Beim laminaren Strömen ist also der Rohrreibungsbeiwert nur noch von der Hagen- und der Reynolds-Zahl abhängig.

Welche Wissenskompression und welche Faszination liegen in der Aussage, daß für eine reibungsbehaftete laminare Rohrströmung immer gilt, daß die von Werner Albring eingeführte Hagen-Zahl den konstanten Wert von $Ha = 32$ (bzw. 48) hat?

Das heißt, daß dies für alle zusammengehörigen Größenkombinationen von Rohrdurchmesser, Rohrlänge, Druckverlust, Zähigkeit des Fluids und Strömungsgeschwindigkeit im Rohr gilt, gleichartig, ob man dabei eine Kapillare mit Wasser und einem Durchmesser im Millimeterbereich, den Kanal einer Klimaanlage mit Luftströmung und Abmessungen im Dezimeterbereich oder eine Pipeline mit zähfließendem Erdöl und einem Durchmesser im Meterbereich betrachtet.

Die Hagen-Zahl ist auch bei der Behandlung von laminaren und turbulenten Grenzschichten von großer Bedeutung.

4 Beispiele zur Anwendung von Ähnlichkeitsbetrachtungen im Werk von Werner Albring

Das Diffusorkriterium

Von Werner Albring ist auf der Grundlage von Ähnlichkeitsbetrachtungen ein Diffusorkriterium formuliert worden, dargestellt in der hier gezeigten dimensionslosen Form:

$$\frac{1}{U} \frac{dA}{ds} \leq g_{krit}.$$

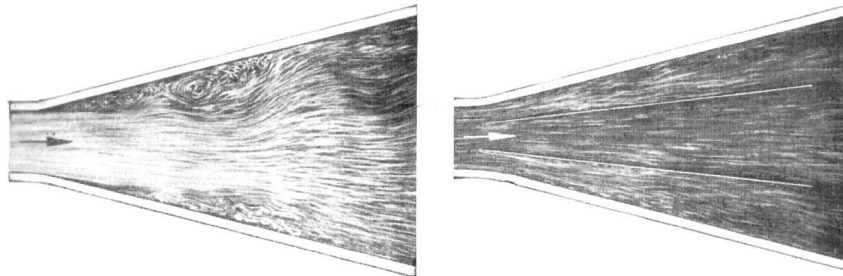


Abb. 21.36 Abgerissene Strömung bei einem Diffusor mit zu großem Erweiterungswinkel

Abb. 21.37 Bei einem Multidiffusor kann die Strömung wieder zum Anliegen gebracht werden

Abbildung 1
Diffusorströmungen
[aus W. Albring: „Angewandte Strömungslehre“]

Das Kriterium – als Quotient aus der Querschnittsänderung längs des Diffusors und dem Diffusorquerschnittsumfang – ergibt für den geraden, sich nur schwach erweiternden Kreiskegeldiffusor sowie für den Schlitzdiffusor näherungsweise den Öffnungswinkel \mathcal{G} als einen wichtigen Ähnlichkeitsparameter. Dieser Öffnungswinkel muß kleiner als der kritische Öffnungswinkel \mathcal{G}_{krit} sein, er muß also unter der Abreißgrenze des Diffusors liegen, in vollständiger Übereinstimmung mit der Messerfahrung. Neben diesen einfachen Strömungsfällen ist das Diffusorkriterium besonders wichtig, wenn kompliziertere Diffusorkonstruktionen vorausberechnet werden sollen, zum Beispiel Diffusoren, die keine Kreiskegelform besitzen bzw. nicht als ebene Diffusoren betrachtet werden können. Mit Hilfe des Diffusorkriteriums sind am Dresdner Institut Multidiffusoren entwickelt worden, das heißt also zum Beispiel ineinandergeschachtelte Kegelstumpfdiffusoren, die bei gleichen äußeren Abmessungen einen höheren Wirkungsgrad als ein einfacher Diffusor besitzen.

Das zweite Beispiel zur Anwendung von Ähnlichkeitsbetrachtungen bezieht sich auf *Schaufelgitter von Strömungsmaschinen*:

Das Euler-Diagramm für Schaufelgitter

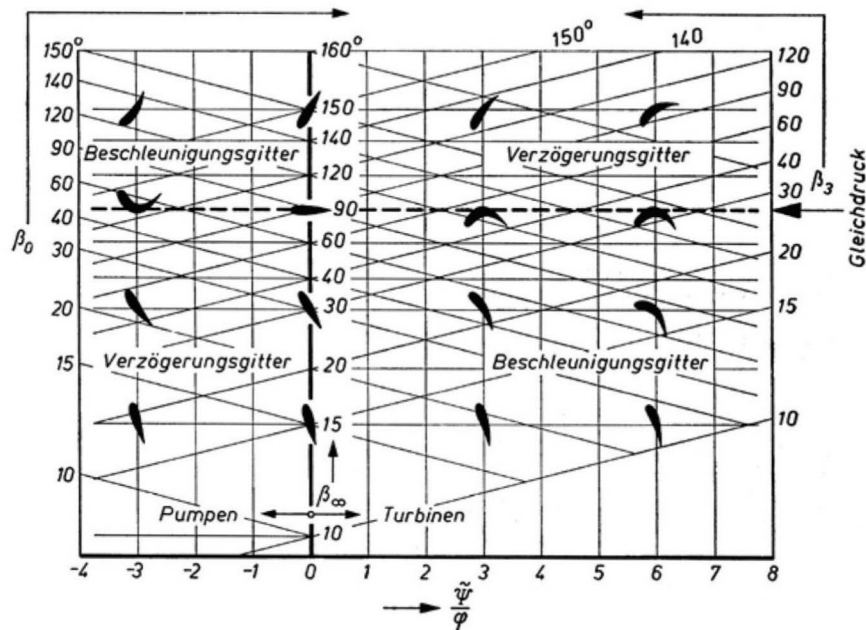


Abb. 28.2 Eulerdiagramm für Axialmaschinen.
Orte einiger Schaufelformen sind markiert

Abbildung 2
Euler-Diagramm für Schaufelgitter
[aus W. Albring: „Angewandte Strömungslehre“]

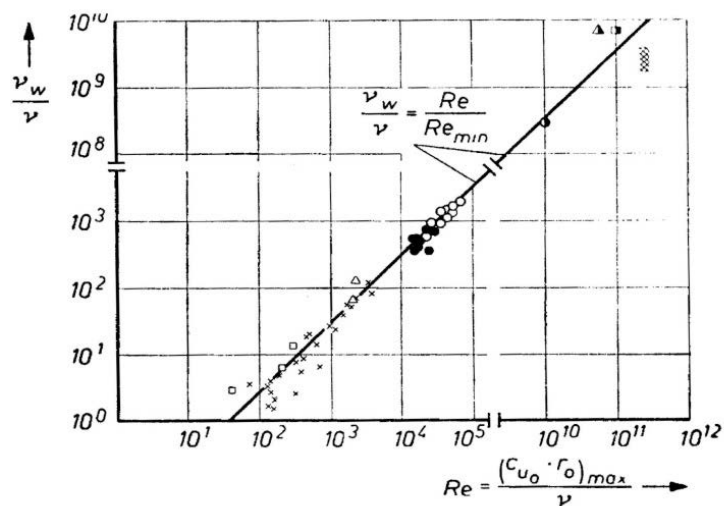
In den 1950er/1960er Jahren wurde am Albringschen Institut und an der von ihm geleiteten Dresdener Forschungs- und Versuchsanstalt für Strömungsmaschinen eine große Anzahl von Schaufelgittern in den Windkanälen vermessen. Zur Verallgemeinerung dieser Meßergebnisse wurde das sogenannte Euler-Diagramm entwickelt. Dabei folgt aus der dimensionslos geschriebenen Euler-Gleichung für Strömungsmaschinen als Abszisse des Diagramms $\tilde{\psi} / \varphi$ (der Quotient aus der Energiedifferenzzahl und der Lieferzahl) und als Ordinate der Winkel β_∞ (das ist der Strömungswinkel zum vektoriellen Mittelwert aus der Zu- und Abströmgeschwindigkeit zum Schaufelgitter).

Im Euler-Diagramm entspricht jedem Punkt die Umlenkung durch ein Gitter, jede Kurve entspricht einer verwundenen Schaufel.

Das Euler-Diagramm wurde zum Speichern und zur verallgemeinerten Darstellung von Meßwerten genutzt; in detaillierteren Darstellungen kann es zur Auslegung optimaler Schaufelgitter für Strömungsmaschinen verwendet werden.

Das dritte Beispiel für Albrings Untersuchungen zur Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik bezieht sich auf das Verhältnis von Wirbelzähigkeit und molekularer Zähigkeit:

Das Verhältnis von Wirbelzähigkeit und molekularer Zähigkeit



- \times } Messungen im Wasserkanal
- \square } Messungen im Wasserkanal
- \circ } Wirbel hinter atlantischer Insel
- \bullet } interferometrische Messungen im Windkanal
- Δ } tropische Zyklone
- \otimes } tropische Zyklone

bb. 22.3a Vergleich der Wirbelzähigkeit ν_w mit der molekularen Zähigkeit ν in Wirbeln mit annähernd kreisförmigen Stromlinien in der Hauptströmung nach Rechnung (22.24c) und Messung. Im unterbrochenen Bereich zwischen $Re = 10^5$ bis 10^{10} lagen keine Messungen vor. Die tropischen Zyklone bei größter Reynoldszahl reihen sich noch leidlich ein, obwohl die Annäherung der Hauptbewegung an eine ebene Strömung dort weniger gut ist als bei den Wirbeln kleiner Reynoldszahl

Abbildung 3
Verhältnis von Wirbelzähigkeit und molekularer Zähigkeit
[aus W. Albring: „Angewandte Strömungslehre“]

Aus Ähnlichkeitsbetrachtungen für ein System aus großen und kleinen Wirbeln hat Werner Albring abgeleitet, daß für das Verhältnis der Wirbelzähigkeit v_W zur molekularen Zähigkeit ν eine lineare Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl geschrieben werden kann:

$$\frac{v_W}{\nu} = \frac{Re}{Re_{min}}$$

Dabei ist die Wirbelzähigkeit in Analogie zur molekularen Zähigkeit im Newtonschen Reibungsansatz definiert; Re_{min} ist eine Konstante, die der kleinsten Reynolds-Zahl entspricht, bei der gerade ein turbulentes Fließen beginnt.

Die Wirbelzähigkeit wird also beim turbulenten Fließen gegenüber der molekularen Zähigkeit vergrößert, und zwar entsprechend dem Verhältnis der beiden genannten Reynolds-Zahlen.

Diese Aussage gilt, wie Albring gezeigt hat, für einen Bereich von zwölf Zehnerpotenzen der Re-Zahl, das heißt von sehr kleinen Wirbeln, die im Strömungslabor vermessen worden sind, bis zu meteorologischen Großwirbeln ($Re \approx 10^{10}$), die als Wirbel an der Leeseite von atlantischen Inseln beobachtet worden sind, und schließlich bis hin zu tropischen Zyklonen ($Re \approx 10^{11}$).

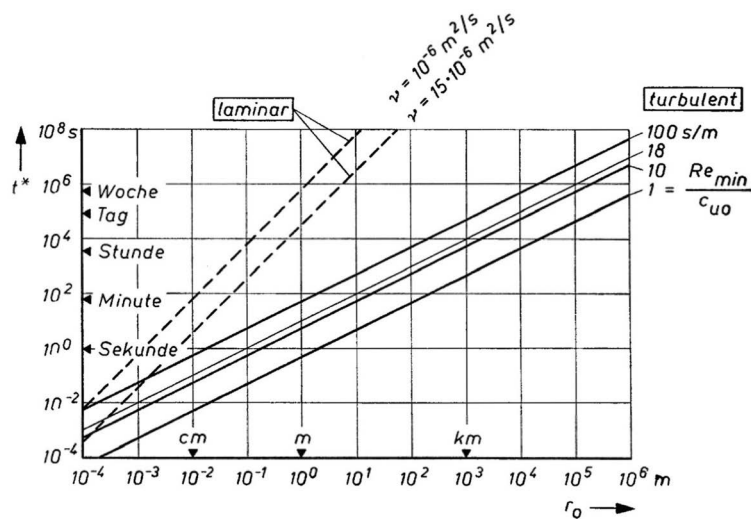


Abb. 22.3 Halbwertzeiten t^* für die Abnahme der Umfangsgeschwindigkeit in Wirbeln

Abbildung 4
Halbwertzeiten für das Abklingen von Wirbeln
[aus W. Albring: „Angewandte Strömungslehre“]

Freie turbulente Wirbel klingen mit ihrer Umfangsgeschwindigkeit infolge der turbulenten Zähigkeitswirkung bzw. der Überlagerung kleiner Wirbel auf den Großwirbel ab. Die entsprechenden Halbwertszeiten geben eine Vorstellung von der Lebensdauer des Wirbels. Diese Halbwertszeiten können für Wirbelsysteme sehr unterschiedlicher Größenordnung mit den Albringschen Ähnlichkeitsbeziehungen abgeschätzt werden.

Insbesondere ist der Unterschied zwischen der Wirkung der molekularen Zähigkeit und der Wirbelzähigkeit deutlich erkennbar: die dem Großwirbel überlagerten zahlreichen Kleinwirbel bewirken eine vergrößerte reale Wirbelzähigkeit und damit kleinere Halbwertszeiten, deren Rechenwerte gut mit den Messergebnissen übereinstimmen.

5 Analogien in der strömungsmechanischen Modelltechnik

Für die experimentelle Modelltechnik sind in den Technikwissenschaften zwei Abbildungsverfahren möglich. Das sind

- die *Homologien*, die die Existenz gleicher physikalischer Grundqualitäten voraussetzen, also zum Beispiel ein Flugzeug fliegt im Original in der Luft, das Modell des Flugzeuges wird im Windkanal, also auch in einer Luftströmung, untersucht.

Homologien führen zu physikalisch ähnlichen Modellen.

Dagegen:

- beruhen die *Analogien* auf gemeinsamen Struktur- und Funktionseigenschaften zwischen qualitativ unterschiedlichen physikalischen Systemen, zum Beispiel wird an einer gespannten Seifenhaut das Geschwindigkeitsfeld einer Strömung untersucht. In der Akustik kann zum Beispiel das Schallfeld eines Konzertsaaes mit Hilfe der Oberflächenwellen in einem Wassertank beobachtet werden bzw. wird an einem elektrischen Netzwerk die Wirkungsweise eines akustischen Helmholtz-Resonators untersucht.

Analogien führen zu physikalisch analogen Modellen.

Diese analogen Modellierungen sind am Albringschen Institut besonders entwickelt, gepflegt und praktiziert worden:

Als Beispiel sei hier die Seifenhautanalogie erwähnt:

Potentialströmung und Höhenkoordinate einer Seifenhaut gehorchen der Laplace-Differentialgleichung. Damit ist die Höhenkoordinate einer gespannten Seifenhaut der Stromfunktion einer ebenen hydrodynamischen Strömung analog. Damit entsprechen die Neigungen der Seifenhaut den Geschwindigkeitskomponenten der hydrodynamischen Strömung.

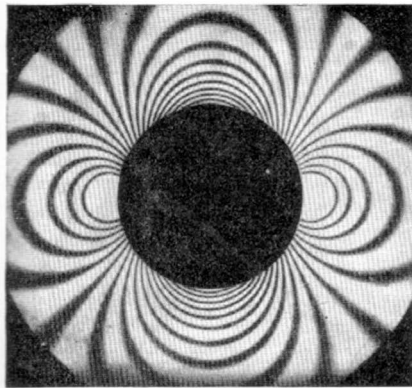


Abb. 12.4 Linien gleicher Geschwindigkeit der Kreiszyylinderumströmung nach Abb. 12.1 aus dem Seifenhautexperiment

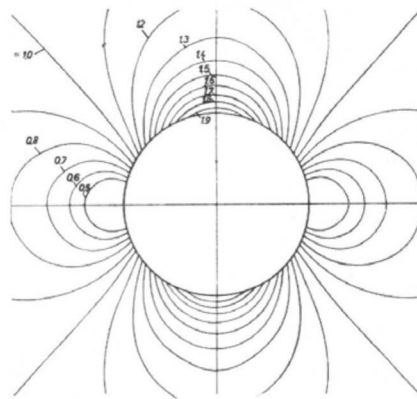


Abb. 12.5 Errechnete Linien gleicher Geschwindigkeit der Kreiszyylinderumströmung nach Abb. 12.1

Abbildung 5
Seifenhautanalogie für die Kreiszyylinderströmung
[aus W. Albring: „Angewandte Strömungslehre“]

In den beiden Bildern ist die Kreiszyylinderumströmung dargestellt, und zwar die Linien gleicher Geschwindigkeit, links aus der Seifenhautanalogie und rechts die berechnete Potentialströmung.

In Abbildung 6 werden die Linien gleicher Geschwindigkeit und gleicher Strömungsrichtung bei einem Schaufelgitter gezeigt, ermittelt aus dem Seifenhautexperiment.

Auch die im Folgenden genannten Analogien wurden im Institut von Werner Albring in starkem Maße angewendet:

- Analogie für die Sickerströmung im porösen Erdreich,
- Analogie für die Wärmeleitung,
- die Verwendung des elektrolytischen Troges,
- die Flachwasseranalogie
- und schließlich die Analogie zwischen dem Impuls-, Wärme- und Stofftransport in einer Strömung.

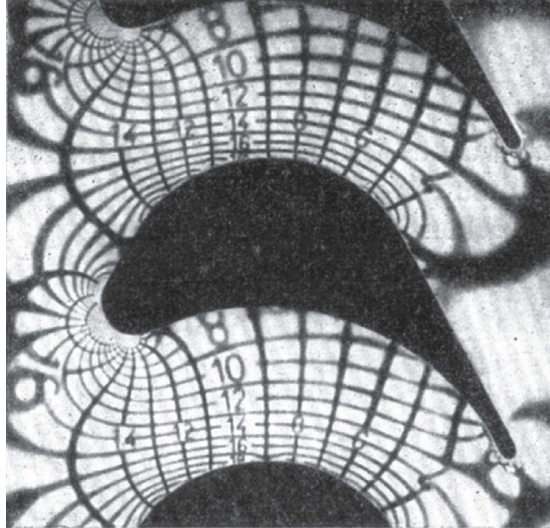


Abb. 12.6 Linien $c = \text{konst}$ und Linien gleicher Strömungsrichtung beim Flügelgitter

Abbildung 6
Seifenhautanalogie für eine Schaufelgitterströmung
[aus W. Albring: „Angewandte Strömungslehre“]

6 Strömungsakustische Arbeiten von Werner Albring

Werner Albring hat (in Zusammenarbeit mit den Brüdern Franz und Fritz Detsch) in die Lighthillsche inhomogene Wellengleichung

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{\partial^2 (v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} = q$$

die Stromfunktion eines zweidimensionalen Strömungsfeldes eingeführt. Damit erhält das strömungsakustische Quellglied, wenn außerdem die Stromfunktion in einen zeitlich konstanten und einen zeitlich veränderlichen Teil zerlegt wird, die Form

$$q = 2\rho_0 \left\{ 2 \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \right) + \left(\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} \right\}$$

Die Glieder 1, 3 und 4 dieser Gleichung zeigen den Scherlärm (shear noise), die Glieder 2 und 5 das reine Turbulenzgeräusch (self noise).

Werner Albring hat dann in die Lösung dieser inhomogenen Wellengleichung als Quellglieder elementare Wirbelfelder eingebracht, die direkt zu den Lighthillschen Ersatzstrahlern „Monopol/Dipol/Quadrupol“ für die strömungsmechanischen Quellmechanismen der Schallerzeugung führen.

Besonders anschaulich sind Albrings räumliche Darstellungen für die Richtcharakteristik der Schallabstrahlung des Dipols und des lateralen Quadrupols, die ich auch in meinen Vorlesungen zur Strömungsakustik und zur Technischen Akustik verwendet habe.

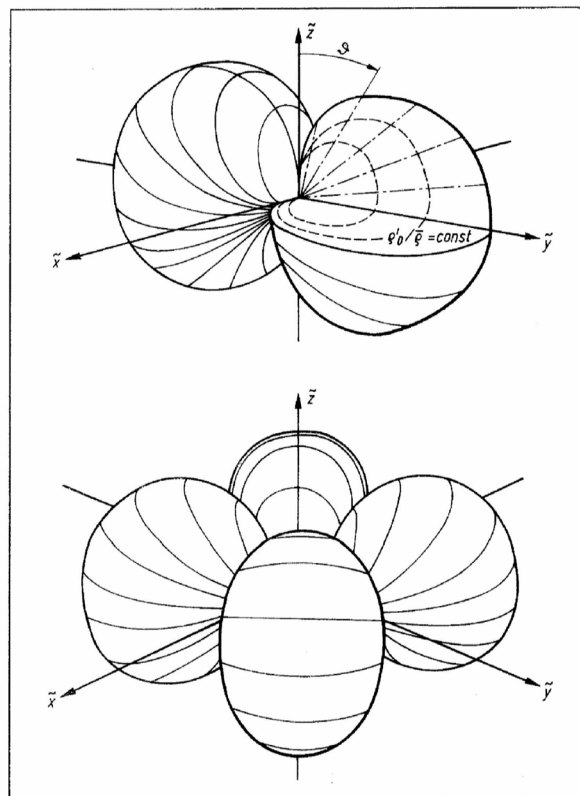


Bild 5. Räumlicher akustischer Dipol (oben) und räumlicher Quadrupol (unten) als Hüllflächen aller über der Richtung Wirbelfeld — Beobachter aufgetragenen Druckamplituden, die bei konstantem Abstand wahrgenommen werden

Abbildung 7
Richtcharakteristik der Schallabstrahlung für den Dipol und den lateralen Quadrupol
[aus einer Publikation von W. Albring]

Mit den Albringschen Wirbelfeldern konnten die Schallenergiespektren des Scherlärms und des Wirbellärms für turbulente Wirbelsysteme berechnet werden. Das folgende Bild zeigt dafür ein Beispiel:

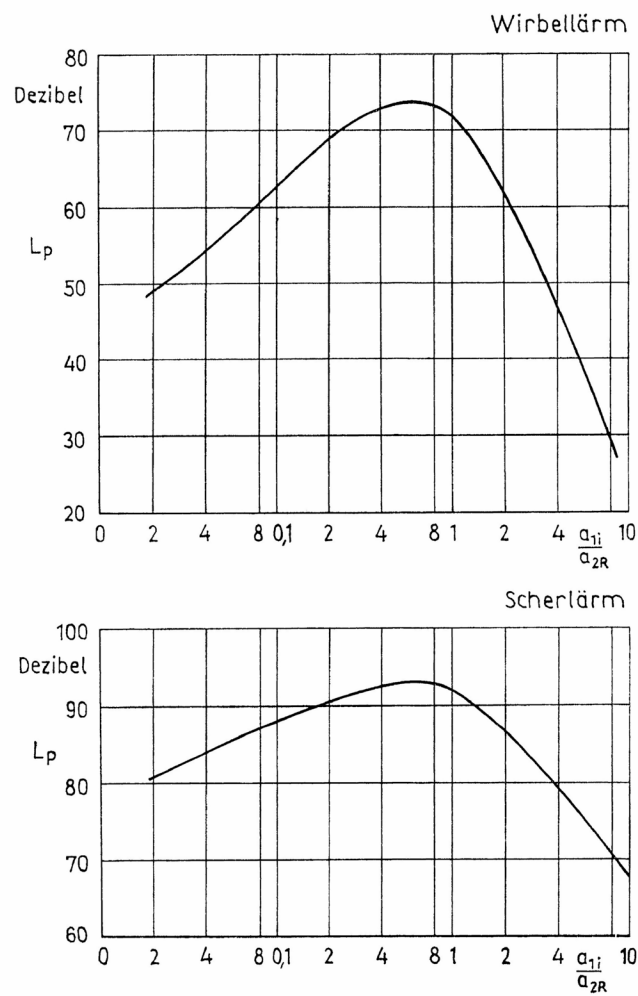


Bild 3. Schalldruckpegel L_p für Wirbellärm und Scherlärm

Abbildung 8
Schallenergiespektren für den Wirbellärm und den Scherlärm
[aus einer Publikation von W. Albring]

7 Albrings Beschäftigung mit Hermann von Helmholtz, Helmholtz und die Ähnlichkeitsmechanik

Für Werner Albring ist das wissenschaftliche Werk von Hermann von Helmholtz immer von besonderem Interesse gewesen. Neben der Würdigung des interdisziplinären Wirkens von Hermann von Helmholtz in einigen Vorträgen ist es Albring zu verdanken, daß eine fast völlig vergessene Arbeit von Helmholtz wieder in den Blickpunkt des wissenschaftlichen Interesses gerückt worden ist. Nach einem Hinweis des Akademiemitgliedes Hans Reichardt (Mathematik) befaßte sich Werner Albring mit der Arbeit von Helmholtz zur Ähnlichkeitsmechanik für Strömungen: „Über ein Theorem, geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper betreffend, nebst Anwendung auf das Problem, Luftballons zu lenken.“ Monatsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 26. Juni 1873, S. 501–514.

Werner Albring zeigte 1966 in der Publikation „Helmholtz schuf eine Ähnlichkeitstheorie für Strömungen“ [Maschinenbautechnik 15 (1966) Heft 3, S. 113–118], daß in der oben genannten Arbeit von Helmholtz bereits wesentliche Aussagen der Ähnlichkeitsmechanik für Strömungen enthalten sind, Aussagen also, die später mit den Namen Reynolds, Froude und Mach belegt worden sind.

Wie Albring schreibt, „benutzt er [Helmholtz] die grundlegenden Differentialgleichungen in sehr bemerkenswerter Weise. Das Integral dieser Differentialgleichungen war unbekannt, Helmholtz überlegte aber, daß die Strömung um den fliegenden Vogelkörper oder das schwimmende Schiff durch Integrale dieser Gleichungen beschrieben werden müssen. Er suchte dann – in unserer heutigen Ausdrucksweise gesprochen – nach Ähnlichkeitskennzahlen, um quantitative Aussagen für geometrisch ähnliche Körper anderer Abmessungen zu bekommen.“

Albring zeigte, daß von Helmholtz schon die später nach Osborne Reynolds benannte Ähnlichkeitskennzahl formuliert worden ist, und zwar das Produkt aus der Strömungsgeschwindigkeit und der charakteristischen Abmessung, dividiert durch die kinematische Zähigkeit. Albring schreibt: „Reynolds veröffentlichte erst 1883 seine Beobachtung, daß der Umschlag laminar-turbulent in Rohren von einem Festwert dieser Beziehung abhängt.“

Die Bezeichnung Reynolds-Zahl wurde dann 1908 von Arnold Sommerfeld eingeführt. Helmholtz schreibt in der genannten Arbeit auch: „Die Schallgeschwindigkeiten müssen sich im selben Verhältnis ändern wie die anderen Geschwindigkeiten.“

Dazu bemerkt Werner Albring: „Damit ist schon unserem heutigen Machschen Ähnlichkeitsgesetz vorgegriffen.“

Albring zeigt des Weiteren, daß in der genannten Ähnlichkeitsarbeit von Helmholtz auch bereits die Froude-Zahl und die Newton-Zahl formuliert worden sind.

Und schließlich schreibt Helmholtz: „Bei dieser Lage der Sache wollte ich auf eine Verwendung der hydrodynamischen Gleichungen aufmerksam machen, welche erlaubt, Beobachtungsergebnisse, die an einer Flüssigkeit und an Apparaten von gewisser Größe und Geschwindigkeit gewonnen worden sind, zu übertragen auf eine geometrisch ähnliche Masse einer anderen Flüssigkeit und Apparate von anderer Größe und anderer Bewegungsgeschwindigkeit.“ – „Schallschwingungen einer compressiblen Flüssigkeit werden in weiteren Räumen mechanisch ähnlich verlaufen können, wie schnellere Oscillationen einer weniger compressiblen Flüssigkeit in engeren Räumen.“

Mit diesen Sätzen beschreibt Helmholtz die Ähnlichkeitsgesetze für physikalische ähnliche Modellierungen im Bereich der Strömungsmechanik und der Akustik.

Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang auch, daß im Jahre 1970 im Fachgebiet der Akustik eine Ähnlichkeitskennzahl nach Hermann von Helmholtz benannt worden ist, und zwar erstmals von Prof. Lothar Cremer von der Technischen Universität Berlin.

Diese Helmholtz-Zahl wurde von Lothar CREMER als dimensionslose Größe für das Verhältnis zweier Längen eingeführt, und zwar für das Verhältnis einer charakteristischen geometrischen Abmessung zur Wellenlänge des Luftschalls:

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{L f}{c} = \text{He}$$

Die Helmholtz-Zahl ist natürlich viel mehr als nur ein Verhältnis zweier Längen, also der geometrischen Abmessung eines beschallten Hindernisses zur Wellenlänge der einfallenden Schallwelle.

In der Vorlesung zur angewandten Strömungslehre habe ich vor etwa 45 Jahren bei Werner Albring gelernt, daß Ähnlichkeitskennzahlen in der Strömungsmechanik auch immer *Verhältnisse von Kraftwirkungen* darstellen.

Was ergibt sich also für die Akustik des Luftschalls, wenn man diese Albringschen Grundsätze auf den Schallausbreitungsvorgang anwendet? Für den Schallausbreitungsvorgang (verlustfrei) sind die Trägheitskraft F_T und die Druckkraft F_P maßgebend. Das Verhältnis beider Kräfte führt in dimensionsanalytischer Darstellung zur Helmholtz-Zahl.

Weitere Deutungen und Anwendungen der Helmholtz-Zahl sind im Folgenden dargestellt:

– Verhältnis von Längen

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{L f}{c} = \text{He}$$

- Verhältnis von Zeiten

$$\frac{t_L}{T} = \frac{L}{c} f = \text{He}$$

- Verhältnis von Kräften: Trägheitskraft zur Druckkraft

$$\frac{F_T}{F_p} = \frac{ma}{Sp} = \frac{\rho L^3 L f^2}{L^2 \rho c^2} = \frac{L^2 f^2}{c^2} \Rightarrow \text{He}$$

- Verhältnis von Wellenlängen bei gekoppelten Wellenleitern,
zum Beispiel Schallabstrahlung von Platten mit freien BiegeWellen

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_L} = \text{He}$$

- zum Beispiel Schallabstrahlung von Druckmoden eines rotierenden Schaufelgitters bei Strömungsmaschinen

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_L} = \text{He}$$

Die Helmholtz-Zahl kann folgendermaßen abgeleitet werden:

- aus der Konstanz des Maßstabsfaktors bzw. aus den im Schallfeld wirkenden Kräften:

$$m_F = \frac{F_{TM}}{F_{TO}} = \frac{F_{pM}}{F_{pO}} \qquad \frac{F_{TM}}{F_{pM}} = \frac{F_{TO}}{F_{pO}}$$

$$\frac{F_T}{F_p} = \frac{ma}{Sp} = \frac{\rho L^3 L f^2}{L^2 \rho c^2} = \frac{L^2 f^2}{c^2} \Rightarrow \text{He}$$

- aus dem Vergleich der beiden Wellengleichungen, die für den Original- und für den Modellvorgang angeschrieben werden:

$$\frac{\partial^2 \rho_O}{\partial t_O^2} - c_O^2 \frac{\partial^2 \rho_O}{\partial x_{iO}^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 \rho_M}{\partial t_M^2} - c_M^2 \frac{\partial^2 \rho_M}{\partial x_{iM}^2} = 0$$

$$\frac{m_p}{m_t^2} \frac{\partial^2 \rho_O}{\partial t_O^2} - \frac{m_c^2 m_p}{m_L^2} c_O^2 \frac{\partial^2 \rho_O}{\partial x_{iO}^2} = 0 \qquad \frac{m_L m_f}{m_c} = 1$$

- aus der in dimensionsloser Form angeschriebenen Helmholtzschen Form der Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial \underline{x}^2} + k^2 \underline{p} = 0 \quad \frac{\partial^2 \underline{p}^*}{\partial \underline{x}_*^2} + \text{He}^2 \underline{p}^* = 0$$

Werner Albring hat in seinen Vorlesungen und Vorträgen immer wieder auf Hermann von Helmholtz Bezug genommen, und so wurde in uns, als seinen Schülern, auch ein gewisser Grundstock für diese „große Liebe“ zu Helmholtz angelegt.

In meinen Fachgebieten, der Technischen Akustik und der Strömungsakustik, ist diese wissenschaftliche Bedeutung von Hermann von Helmholtz umfassend, und ich bin meinem akademischen Lehrer Werner Albring sehr dankbar, daß er uns sehr frühzeitig mit Helmholtz und der Ähnlichkeitsmechanik vertraut gemacht hat.

Es ergibt eine beeindruckende Liste, wenn man die Helmholtzschen Arbeiten in der Strömungsmechanik und Akustik zusammenstellt, und zwar nur diejenigen, die nachträglich mit seinem Namen verknüpft worden sind:

- Die Helmholtz-Gleichung der Akustik

$$\frac{d^2 \Psi'}{dx^2} + \frac{d^2 \Psi'}{dy^2} + \frac{d^2 \Psi'}{dz^2} + k^2 \Psi' = 0$$

- Die Helmholtz-Gleichung der Strömungsmechanik

In russischen Publikation und bei russischen Wissenschaftlern wird die Wirbeltransportgleichung in der Strömungsmechanik als Helmholtz-Gleichung bezeichnet (nach Albring):

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - \text{rot}(\vec{v} \times \vec{\omega}) + \nu \text{rot rot} \vec{\omega} = 0$$

- Die Helmholtz-Integralgleichung

$$\int \Psi \frac{d}{dn} \left(\frac{\cos kr}{r} \right) d\omega - \int \frac{d\Psi}{dn} \frac{\cos kr}{r} d\omega = 4\pi \Psi_\alpha$$

In einer modernen Darstellung aus der Strömungsakustik (nach Blake):

Helmholtz-Integralgleichung (mit dem Volumen- und Oberflächenintegral):

$$p(\vec{x}, \omega) = \iiint_{V_0} \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{y}, \omega)}{\partial y_i \partial y_j} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} dV(\vec{y}) + \iint_S \left\{ \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \frac{\partial p}{\partial n} - p(\vec{y}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{4\pi r} \right) \right\} dS(\vec{y})$$

- Der Helmholtz-Resonator:
Hohlraumresonatoren, verwendet zur Klanganalyse.
- Der Helmholtz-Resonanzabsorber:
Anordnung von Helmholtz-Resonatoren zum Zwecke der Schallabsorption.
- Das Helmholtz-Filter:
Aneinanderreihung von Helmholtz-Resonatoren als Tiefpaßfilter, Anwendung in gasführenden Rohrleitungen und Kanälen zur Abschwächung von Druckpulsationen.
- Die Helmholtzsche Vokaltheorie:
Formantbereiche der Vokale, Bestimmung mit Hilfe der „Helmholtz-Resonatoren“.
- Das Helmholtzsche Gesetz in der psychologischen Akustik:
Unabhängigkeit der Klangfarbe eines Tongemisches von den Phasenwinkeln der einzelnen Teiltöne
- Das Reziprozitätsgesetz nach Helmholtz:
„Wenn in einem mit Luft gefüllten Raume, der theils von endlich ausgedehnten festen Körpern begrenzt, theils unbegrenzt ist, im Punkte a Schallwellen erregt werden, so ist das Geschwindigkeitspotential derselben in einem zweiten Punkt b ebenso gross, als es in a sein würde, wenn nicht in a, sondern in b Wellen von derselben Intensität erregt würden. Auch ist der Unterschied der Phasen des erregenden und erregten Punktes in beiden Fällen gleich.“
- Die Kelvin-Helmholtz-Instabilität:
Phänomen der Instabilität zweier Strömungen unterschiedlicher Geschwindigkeit und Dichte, die durch eine Grenzfläche getrennt sind.
Beispiele: Luft über Wasser, Wirbelbildung (Rollen) von Wolken am Himmel.
- Die Helmholtzschen-Wirbelsätze:
„Die Untersuchung ergibt nun, daß, wenn für alle Kräfte, welche auf die Flüssigkeit wirken, ein Kräftepotential existirt,
 - kein Wassertheilchen in Rotation kommt, welches nicht von Anfang an in Rotation begriffen ist;
 - die Wassertheilchen, welche zu irgend einer Zeit derselben Wirbellinie angehören, auch indem sie sich fortbewegen, immer zu derselben Wirbellinie gehörig bleiben;

- daß das Product aus dem Querschnitte und der Rotationsgeschwindigkeit eines unendlich dünnen Wirbelfadens längs der ganzen Länge des Fadens constant ist und auch bei der Fortbewegung des Fadens denselben Werth behält. Die Wirbelfäden müssen deshalb innerhalb der Flüssigkeit in sich zurücklaufen, oder können nur an ihren Grenzen endigen.“ (aus der Originalarbeit von H. v. Helmholtz)
- Der Helmholtzsche Hauptsatz der Vektoranalysis:
Satz über Vektorfelder: Jedes Vektorfeld läßt sich additiv in einen wirbelfreien und einen quellenfreien Anteil zerlegen.
- Die Helmholtzsche Ähnlichkeitsmechanik.

8 Schlußbemerkungen

Ich komme zum Schluß meines Vortrages. Die Ähnlichkeitsmechanik spielt in vielen Bereichen der Technik und Naturwissenschaften eine große Rolle. Die darauf basierende verallgemeinernde, das spezielle Geschehen und das spezielle Fachgebiet überwindende wissenschaftliche Arbeitsmethode hat Werner Albring uns gelehrt und in seinen wissenschaftlichen Arbeiten vorgeführt.

Aufbauend auf diesen Erfahrungen in der Strömungsmechanik wurden mit Ähnlichkeitskennzahlen weitere Anwendungsgebiete in unseren Fachgebieten erschlossen, zum Beispiel in der Akustik mit der erweiterten physikalischen Deutung der Helmholtz-Zahl, mit der umfassenden Nutzung der Strouhal-Zahl sowie mit dimensionslosen Größen, die die spektrale Leistungsdichte instationärer strömungsmechanischer und akustischer Vorgänge einbeziehen.

Lassen Sie mich mit ein paar persönlichen Bemerkungen schließen. Unsere Begeisterung für das Fachgebiet Strömungsmechanik begründet sich auf das „Erlebnis Strömungslehre“, das uns während unseres Studiums Werner Albring bereitet hat. Er hat mit seinem Wirken als Hochschullehrer und Wissenschaftler die Grundlage für unser Berufsleben in entscheidender Weise geprägt, insbesondere dadurch

- daß Werner Albring in uns das Interesse an wissenschaftlicher Arbeit geweckt hat,
- daß er uns für das Suchen nach Neuem begeistert hat,
- und, das ist nach meiner Auffassung von besonderer Bedeutung, daß er uns eine wissenschaftliche Arbeitsmethode vorgelebt hat, die ganz wesentlich gekennzeichnet ist durch das Lockern der Fachrichtungsenge, durch den Wechsel der Betrachtungsebenen, durch das Praktizieren einer interdisziplinären Arbeitsweise.

Ich danke Ihnen, Herr Professor Albring, und Ihnen allen, daß Sie zugehört haben!

Literatur

Albring, W.: Strömungsmechanik- und Strömungsmaschinen-Untersuchungen an der Technischen Universität Dresden seit 1952. In: Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 15 (1991), S. 207–217.

Albring, W.: Angewandte Strömungslehre, Dresden: Verlag Theodor Steinkopff, 1. Auflage 1961, 4. Auflage 1970.

Albring, W.: Elementarvorgänge fluider Wirbelbewegungen, Berlin: Akademie-Verlag, 1981.

Albring, W.: Erinnern an Gotthilf Hagen aus Anlaß seines 200. Geburtstages. Vortrag in der Sitzung der Technikwissenschaftlichen Klasse am 17. Oktober 1997. In: BBAW, Berichte und Abhandlungen, Band 5, Berlin: Akademie Verlag, 1998, S. 305–315.

Albring, W.: Helmholtz schuf eine Ähnlichkeitstheorie für Strömungen. In: Maschinenbautechnik 15 (1966), Heft 3, S. 113–118.