RÜDIGER THIELE

Über das Wirken Leonhard Eulers als Wissensvermittler

1 Einleitung

Seit einigen Jahren ist der Begriff „Wissensgesellschaft" zunehmend in Gebrauch gekommen; man schwelgt dabei in Allgemeinplätzen wie Verantwortung hierfür, soziale Gerechtigkeit und anderes mehr. Das Wort wird zerredet und missbraucht, denn obwohl es etwas bezeichnet, was Teil unseres Lebens und wichtig ist, eignet sich der Begriff nicht zur klaren soziologischen Bestimmung von Gesellschaften; er wird zudem durch den vermeintlich aktuellen Bezug verwässert, denn Wissen ist schlechthin immer gesammelt, ist aber auch wieder verloren oder neu geordnet worden.
Es geht letztlich nicht so sehr um das Wissen an sich, sondern um das Erwerben und Vermitteln. Einer der größten Mathematiker, Carl Friedrich Gauß (1777–1855), hat das so ausgedrückt:

> Es ist nicht das Wissen, sondern das Lernen,
> nicht das Besitzen, sondern das Erwerben,
> nicht das Da-Sein, sondern das Hinzukommen.[1]

Ein Echo auf die Feststellung des römischen Gelehrten Plinius d. Ä. (23/ 24–79): „Die Natur des Menschen ist begierig nach Neuem."[2]
Im alten Griechenland kannte man seit dem fünften vorchristlichen Jahrhundert, in der gesellschaftlich orientierten Periode der Philosophie, die Gruppe der Sophisten, deren Lehren sich von der Naturphilosophie lösten und zunehmend den Alltag behandelten, bis hin zur Verklärung der Oberflächlichkeit. Vor dem Hintergrund der Existenzsicherung, also einer bezahlten Lehre, fragte etwa Gorgias von Leontinoi (483–375):

---

1 Zitiert nach Michling, H.: Gauß, Göttingen 1976, S. 135.
2 Est natura hominum novitatis avida, (Naturalis historia, Buch xii, 11).

Gibt es überhaupt etwas?
Und wenn es etwas gibt, kann ich es dann erkennen?
Und wenn es etwas gibt, und ich kann es erkennen, kann ich es dann mitteilen?[3]

Die hier rhetorisch gestellte Frage des Mitteilens ist aber schlechterdings von Interesse. Ein Medienhistoriker unserer Tage formuliert den Wandel der heutigen der Kommunikation wie folgt:

> Die Prämierung zeit-, personen- und raumunabhängiger (objektiver) Wahrheiten, die für die Buchkultur sinnvoll war, wird zugunsten funktional angemessener Informationen, themen-, personen- und/oder professionsbezogenen, pragmatischen Wissens zurückgefahren. Der Geltungsbereich von Aussagen kann eingeschränkt werden. Allgemeingültigkeit ist nicht mehr oberstes Ziel. Die geeignete Form für die Speicherung und Kommunikation dieser Wissensmoleküle sind mehrdimensionale Datenbanken.[4]

Diese kleine Einleitung sollte Ihnen die historische Seite des Sich-Mitteilens, des Kommunizierens, vor Augen führen.

2 Leonhard Euler

Unser Thema ist Leonhard Euler, jener Schweizer Gelehrte, der ein Vierteljahrhundert hier in Berlin an dieser Akademie verbrachte. Die Zeit ist die Aufklärung, also das 18. Jahrhundert, dem Euler ganz angehört (Abb. 1).
In einem Artikel im Jahre 1783, also im Todesjahr Eulers, verlangte der Berliner Pfarrer Johannes Zöllner (1753–1804) zunächst erst einmal eine Antwort auf die Frage, was Aufklärung sei, ehe man aufzuklären beginne.[5] Die Antworten ließen nicht lange auf sich warten, darunter waren als bekannteste die des Berliner Philosophen Moses Mendelssohn (1729–1786) und die des Königsberger Philosophen Immanuel Kant (1724–1804).[6] Letzterer prägte den Leitspruch der Aufklärung und

3 Rhetoriker und einflussreicher Gesandter seiner Vaterstadt in Athen, der sich zeitweilig auch als Philosoph versuchte. Zitiert nach Gomperz, H.: Sophistik und Rhetorik, Leipzig: Teubner 1912, S. 18.
4 Giesecke, M.: Die Entdeckung der kommunikativen Welt, Frankfurt am Main: Suhrkamp 2007. Giesecke ist Medienhistoriker sowie -theoretiker, 1949 geboren.
5 Berlinische Monatsschrift, Dezemberheft 1783, S. 516.
6 Mendelssohn, M.: Über die Frage: was heißt aufklären? In: Berlinische Monatsschrift 4 (1784), S. 193–200; Kant, I.: Beantwortung der Frage: Was ist Aufklärung? In: Berlinische Monatsschrift 4 (1784), S. 481–494.

Abbildung 1
Altersbild Leonhard Eulers, das nach Aussagen von Zeitgenossen eine große Ähnlichkeit aufweist. Stich von Samuel Küttner nach dem Gemälde von Joseph Friedrich Darbes (d'Arbès) aus dem Jahre 1778. (Archiv des Verfassers)

übersetzte dazu das Horazische „Sapere aude"[7] mit „Habe Mut, dich deines eigenen Verstandes zu bedienen!"[8]

Stellen wir noch schnell zwei weitere berühmte Zeitgenossen Euler zur Seite, um die Breite der Aufklärung anzudeuten: den nur wenige Tage als Euler jüngeren Carl von Linné (1707–1778), der die Pflanzenwelt systematisierte und damit eine wissenschaftliche Botanik schuf und der wie Euler, Wissen und Glauben zu verbinden vermochte, sowie den Schriftsteller Adolf Freiherr von Knigge (1752–1796) mit seinem bekannten Erziehungsbuch *Über den Umgang mit Menschen* (1788).

Worüber und *wie* konnte sich Leonhard Euler mitteilen? (Abb. 2)

Von der Mathematik des 18. Jahrhunderts zu sprechen, heißt vor allem von Leonhard Euler zu sprechen. Im vergangenen Jahrhundert hat der amerikanische Mathematiker, Physiker und Mathematikhistoriker Clifford Truesdell (1919–2000) geschätzt, dass Euler etwa ein Drittel der mathematischen Arbeiten des 18. Jahrhunderts (was auch das heute als mathematische Physik bezeichnete Gebiet einbezieht) geschrieben hat; der Mathematiker und Wissenschaftshistoriker Hermann Hankel (1839–1873) hat im

7 Wage zu wissen! (Horaz, Episteln I, 2, 40).
8 Wie Anm. 6, S. 481.

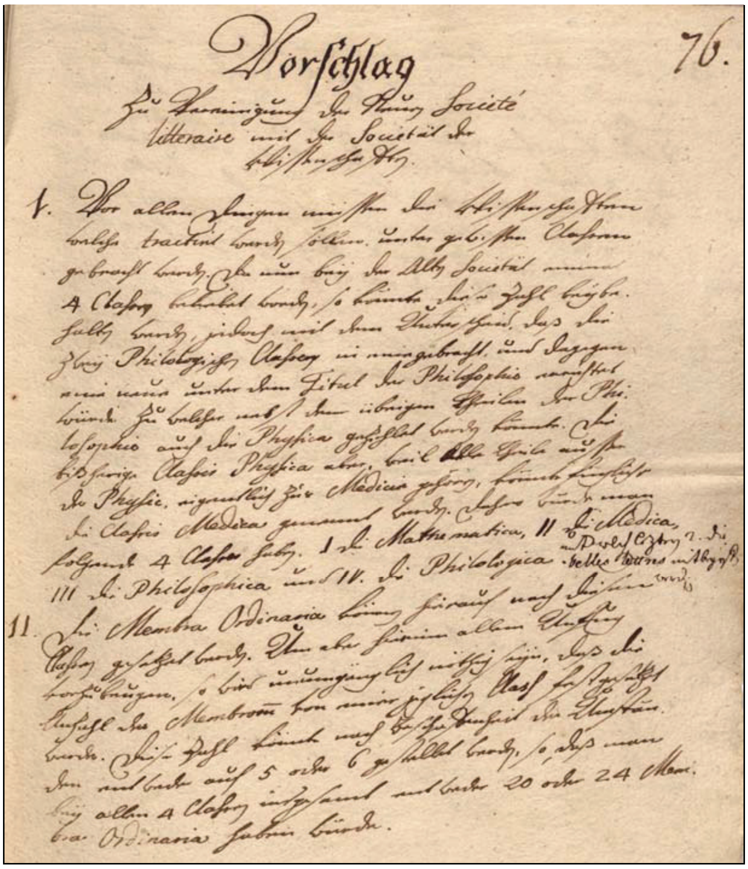


Abbildung 2
Vorschlag Eulers vom November 1743, die wissenschaftlichen Gesellschaften in Berlin (die Nouvelle Société Littéraire und die Societät der Wissenschaften) zu vereinigen, d. h. die Gründung der Königlichen Akademie der Wissenschaften voran zu bringen (Eröffnungssitzung 1744); 1746 Umbenennung in Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres. (Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-I-5, Bl. 76)

19. Jahrhundert hervorgehoben, dass es Leonhard Euler war, der um die Mitte des 18. Jahrhunderts das naturwissenschaftliche Bewusstsein am besten verkörperte. Es wäre aber zu ergänzen, dass sich Euler auch intensiv um technische Fragen, geografische Karten, musikalische Theorien sowie Philosophie und Theologie gekümmert hat, worauf wir noch eingehen werden.[9] (Abb. 3)

[9] Diese Seite Eulers wird ausführlich im Begleitband zur Euler-Ausstellung in Braunschweig 2007 dargelegt, Landesmuseum Braunschweig (im Druck).

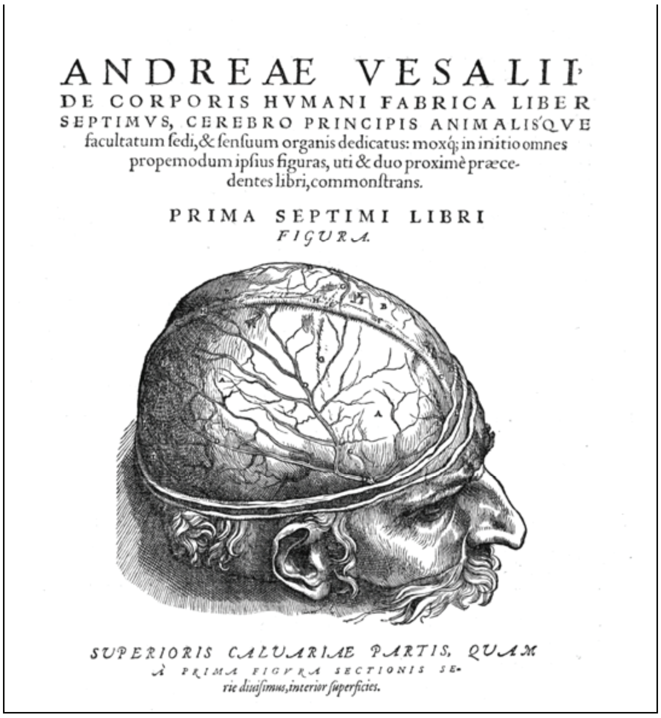


Abbildung 3
Zeichnung aus dem anatomischen Atlas *De humani corporis fabrica* (Basel 1555) des Andreas Vesalius. (Universitätsbibliothek Leipzig, Handschriftenabteilung)

Wie konnte Euler wirken? Im wesentlich erreichte er sein „Publikum" durch drei Mittel:

- das gesprochene Wort,
- das geschriebene Wort und
- das gedruckte Wort.

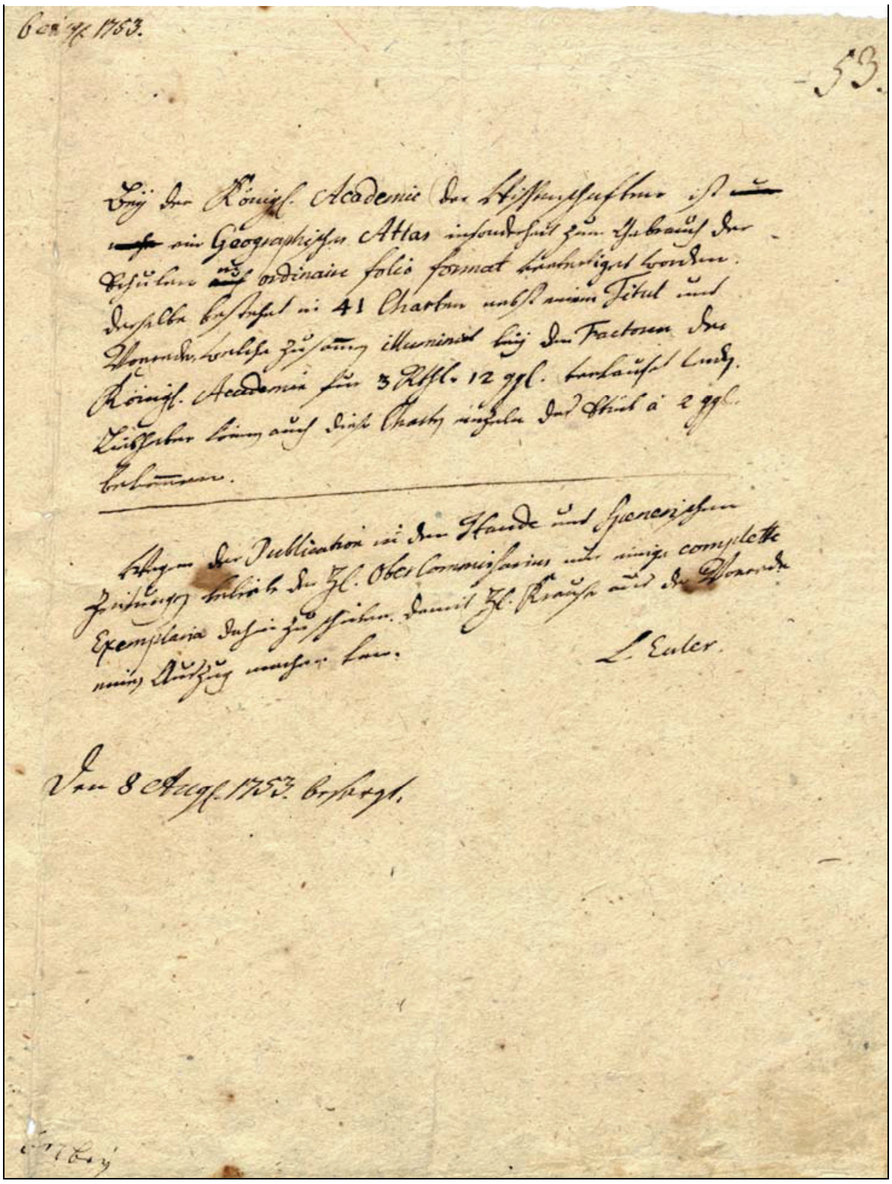
Bildliche Darstellungen spielten in den exakten Wissenschaften keine so dominierende Rolle wie etwa ein anatomischer Atlas in der Medizin; als Ausnahmen können jedoch die „Generalkarte des Russischen Reiches" oder der „Geographische Atlas" dienen, an deren Herausgabe Euler maßgeblich beteiligt war.[10] (Abb. 4–7)

[10] Zur russischen Karte siehe Hintzsche, W. & Th. Nickol (Hg.): Die große Nordische Expedition, Gotha: Perthes 1996, S. 129–131; „Geographischer Atlas", Berlin 1753 und 1760, Vorwort (E 205) von Euler in Opera omnia Euleri, ser. III, vol. 2.

Abbildung 4
Weltkarte aus dem *Geographischen Atlas*, den Euler im Auftrag der Berliner Akademie im Jahre 1753 herausgegeben hat. Der Atlas enthielt „41 Land=Charten, worauf alle Theile des Erd=Creyses vorgestellt werden". Die Karten waren auch einzeln erhältlich, beispielsweise kostete die Landkarte des Stillen Ozeans 2 Gr. (Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-VII-39, Bl. 47)

Das *gesprochene Wort* ist natürlich unwiederbringlich verloren;[11] gelegentlich findet sich jedoch noch ein Widerschein in gewissen schriftlichen Aufzeichnungen wie Berichte von Besuchern über Gespräche mit Euler, Akademieprotokolle über Sit-

[11] Gegenüber dem 18. Jahrhundert hat die technische Entwicklung inzwischen auch das gesprochene Wort bewahrt. Viele bedeutende wissenschaftliche Vorträge sind auf Tonträgern erhalten worden und zugänglich (beispielsweise beim Label supposé in Köln); exemplarisch sind die Mitschnitte der berühmten Feynman Lectures.



6 Aug 1753.

53.

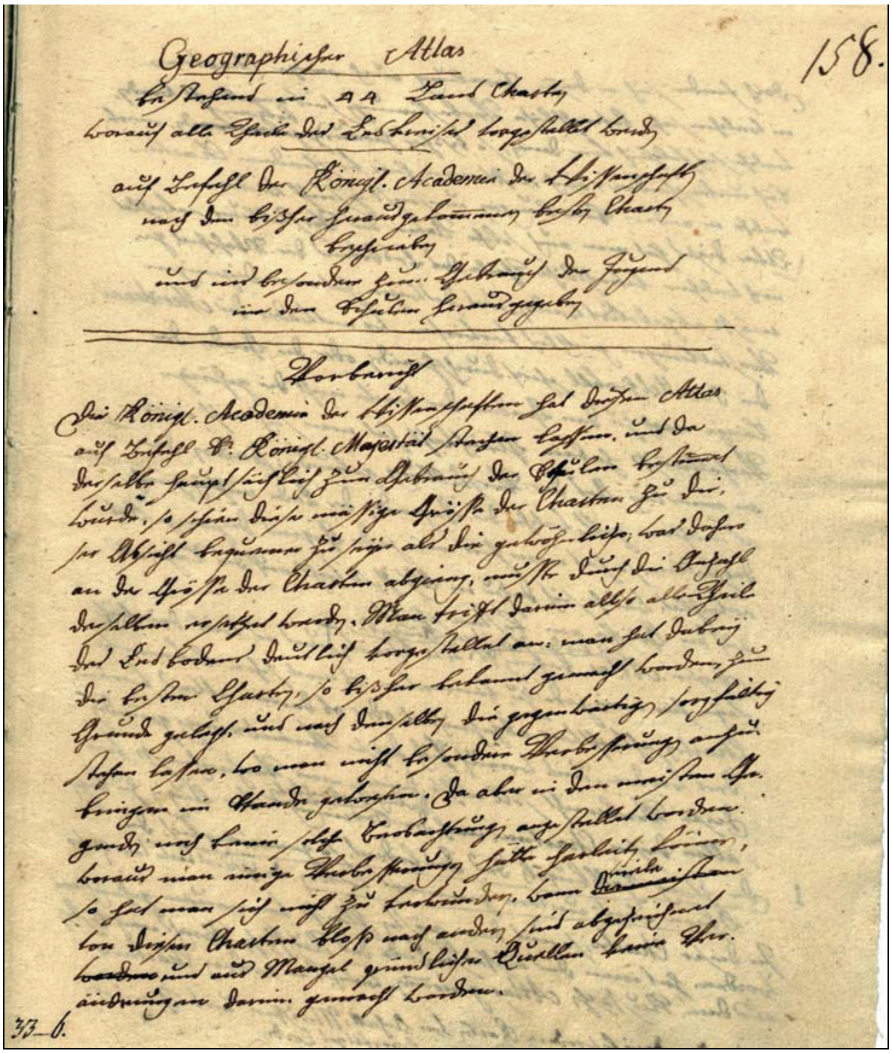
Bey der Königl. Academie der Wissenschaften ist ein Geographischer Atlas insonderheit zum Gebrauch der Schulen auf ordinaire folio format verfertiget worden. Derselbe bestehet in 41 Charten nebst einem Titul und Memorie, welche zusammen illuminiert bey den Factoren der Königl. Academie für 3 Rthl. 12 ggl. verkauft werden. Liebhaber können auch diese Charten einzeln das Stück à 2 ggl. bekommen.

Wegen der Publication in den Haude und Spenerischen Zeitungen beliebt der Hl. Ober Commissarius mir einige complette Exemplaria dahin zu schicken, damit Hl. Krause aus der Memoire einen Auszug machen kann.

L. Euler.

Den 8 Aug. 1753. besorgt.

Abbildung 5
Von Leonhard Euler im August 1753 eigenhändig verfasster Text einer Zeitungsanzeige für den *Geographischen Atlas*, die an den Kommissionär David Köhler geschickt wurde und auf den Gebrauch des Atlas für die Schulen hinweis. (Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-VII-37, Bl. 53)



158.

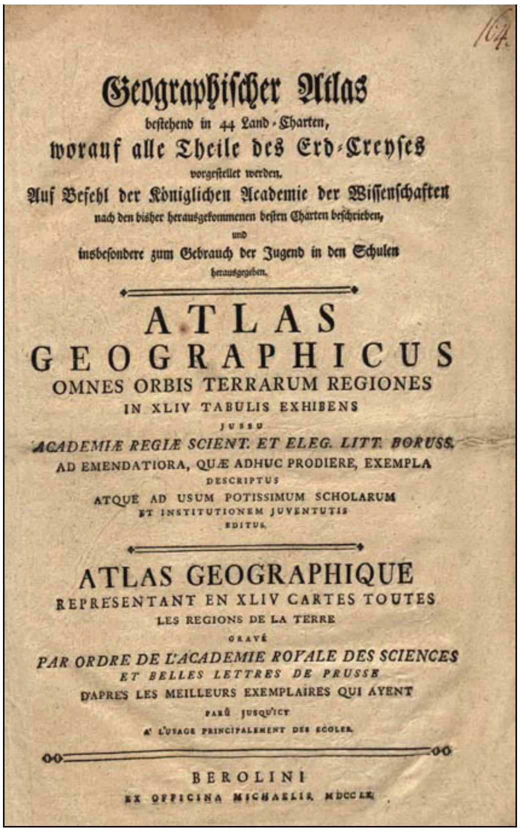
Geographischer Atlas
bestehend in 44 Land Charten
worauf alle Theile des Erdkreises vorgestellet werden
auf Befehl der Königl. Academie der Wissenschaften
nach den bisher herausgekommenen besten Charten
beschrieben
und insbesondere zum Gebrauch der Jugend
in den Schulen herausgegeben

Vorbericht

Die Königl. Academie der Wissenschaften hat diesen Atlas auf Befehl S. Königl. Majestät stechen lassen, und da derselbe hauptsächlich zum Gebrauch der Schulen bestimmet wurde, so schien diese mässige Grösse der Charten zu dieser Absicht bequemer zu seyn als die gewöhnliche; was daher an der Grösse der Charten abgieng, mußte durch die Anzahl derselben ersetzet werden. Man trifft darin also alle Theile des Erdbodens deutlich vorgestellet an. man hat dabey die besten Charten, so bisher bekannt gemacht worden, zu Grunde geleget. und nach denselben die gegenwärtigen sorgfältig stechen lassen, wo man nicht besondere Verbesserungen anzubringen im Stande gewesen. Da aber in den meisten Gegenden noch keine solche Beobachtungen angestellet worden, woraus man einige Verbesserungen sicher herleiten könnte, so hat man sich nicht zu verwundern, wann viele ~~die meisten~~ von diesen Charten bloß nach andern sind abgezeichnet ~~worden~~ und aus Mangel gründlicher Quellen keine Veränderungen darin gemacht worden.

33-6.

Abbildung 6
Manuskript des Vorberichts von Leonhard Euler zur zweiten Auflage des *Geographischen Atlas* aus dem Jahre 1760. Das Manuskript ist das der ersten Auflage, wobei durch Euler geringfügige Änderungen vorgenommen wurden; der Atlas selbst wurde auf 44 Karten erweitert. (Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-VII-37, Bl. 158)


164

Geographischer Atlas
bestehend in 44 Land-Charten,
worauf alle Theile des Erd-Creyses
vorgestellet werden.
Auf Befehl der Königlichen Academie der Wissenschaften
nach den bisher herausgekommenen besten Charten beschrieben,
und
insbesondere zum Gebrauch der Jugend in den Schulen
herausgegeben.

ATLAS
GEOGRAPHICUS
OMNES ORBIS TERRARUM REGIONES
IN XLIV TABULIS EXHIBENS
JUSSU
ACADEMIÆ REGIÆ SCIENT. ET ELEG. LITT. BORUSS.
AD EMENDATIORA, QUÆ ADHUC PRODIERE, EXEMPLA
DESCRIPTUS
ATQUE AD USUM POTISSIMUM SCHOLARUM
ET INSTITUTIONEM JUVENTUTIS
EDITUS.

ATLAS GEOGRAPHIQUE
REPRESENTANT EN XLIV CARTES TOUTES
LES REGIONS DE LA TERRE
GRAVÉ
PAR ORDRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES
ET BELLES LETTRES DE PRUSSE
D'APRES LES MEILLEURS EXEMPLAIRES QUI AYENT
PARÛ JUSQU'ICI
A L'USAGE PRINCIPALEMENT DES ECOLES.

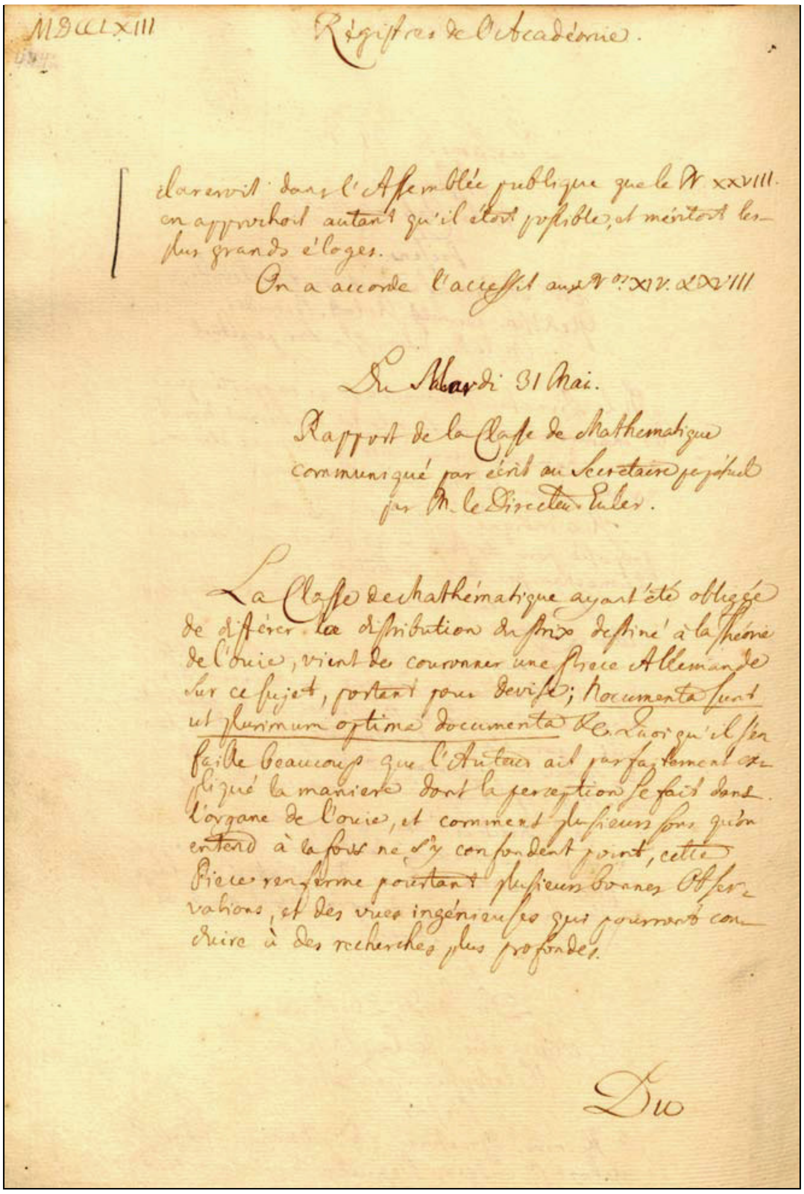
BEROLINI
EX OFFICINA MICHAELIS. MDCCLX.

Abbildung 7
Titelblatt der erweiterten zweiten Auflage des *Geographischen Atlas* aus dem Jahre 1760.
(Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-VII-39, Bl. 164)

zungen mit Äußerungen von Euler, Mitschriften von Vorträgen oder Aufzeichnungen für Vorträge.[12]

Euler hat nie Vorlesungen gehalten oder unterrichtet, wenn man von den anfänglichen Verpflichtungen als Adjunkt an dem der Petersburger Akademie angeschlossenen Gymnasium beziehungsweise dem Kadettenkorps absieht, sondern lediglich in den Petersburger beziehungsweise Berliner Akademiesitzungen vorgetragen, aber das sehr regelmäßig. Von Eulers Gesprächen sagte Friedrich II. (1712–1786),

[12] Beispielsweise Bürja, A.: Observations d'un voyage sur la Russie …, Berlin 1785 und 1787; Winter, E. (Hg.): Die Registres der Berliner Akademie der Wissenschaften, 1746–1766, Berlin: Akademie-Verlag 1957; Knobloch, W. (Hg.): Leonhard Eulers Wirken an der Berliner Akademie der Wissenschaften, 1741–1766. Spezialinventar. Berlin: Akademie-Verlag 1984.


MDCCLXIII   Régistres de l'Académie.

declaroit dans l'Assemblée publique que le N. XXVIII. en approchoit autant qu'il étoit possible, et méritoit les plus grands éloges.

On a accordé l'accessit aux N.os XIV. & XXVIII.

Le Mardi 31 Mai.

Rapport de la Classe de Mathematique communiqué par écrit au Secretaire perpétuel par M. le Directeur Euler.

La Classe de Mathématique ayant été obligée de différer la distribution du Prix destiné à la théorie de l'ouie, vient de couronner une Piece Allemande sur ce sujet, portant pour devise; Documenta sunt ut plurimum optima documenta &c. Quoiqu'il s'en faille beaucoup que l'Auteur ait parfaitement expliqué la maniere dont la perception se fait dans l'organe de l'ouie, et comment plusieurs sons qu'on entend à la fois ne s'y confondent point, cette Piece renferme pourtant plusieurs bonnes Observations, et des vues ingénieuses qui pourront conduire à des recherches plus profondes.

Du

Abbildung 8
Akademieprotokoll aus den „Registres de l'Académie" vom 31. Mai 1763; der Euler-Abend fand auf den Tag genau 244 Jahre später statt. Euler berichtet hier, welche Arbeit die Mitglieder der Mathematischen Klasse für die ausgeschriebene Preisaufgabe über das Gehör gekrönt haben. (Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-IV-31, Bl. 222v)

dass sie wenig entzücken, aber der König hatte wenig Interesse für mathematische Fragen, und Euler wiederum liebte eine „schöngeistig“ geführte Unterhaltung im Sinne Friedrichs nicht.
Das gesprochene Wort ist die unmittelbarste Form des Sich-Austauschens, und als solche wichtig. Kein Geringerer als David Hilbert (1862–1943) hat in seine „Mathematischen Notizhefte“ geschrieben: „Die Wissenschaft wird auch mündlich übertragen, nur aus Büchern ist unfruchtbar – so etwa.“[13] (Abb. 8)
Das *geschrieben Wort* ist häufig eine Vorbereitung des gedruckten Wortes in Arbeiten, Büchern oder ähnlichem gewesen. Die Grenze lässt sich nicht klar ziehen, da bereits die Zeitgenossen beispielsweise an Briefausgaben interessiert waren. Das bekannteste Beispiel ist der unvergleichbare Bucherfolg der *Lettres à une Princesse d'Allemagne* (E 343, 344, 417)[14], auch der Briefwechsel von bedeutenden Mathematikern des 18. Jahrhunderts wurde bereits zu Beginn des 19. Jahrhunderts ediert.[15] Zunächst waren jedoch Briefe, Notizbücher oder Vortragskonzept interne Materialien, während amtliche Schreiben und handschriftliche Gutachten für technische Projekte wie etwa für das Salzbergwerk in Schönebeck, den Finowkanal, die Fontänen in Sanssouci etc. über diese private Sphäre hinausreichten. Von solchen Gutachten sind im Berliner Akademiearchiv etwa zehn aufbewahrt. (Abb. 9a und 9b)
Alles in allem hatte Leonhard Euler fast 300 Korrespondenten, und aus diesem Briefwechsel sind rund 3.000 Schreiben erhalten; hinzu kommt noch der amtliche Briefwechsel, in Berlin sind das etwa 2.000 Schreiben von und an Euler bzw. solche, die ihm vorgelegt wurden. Euler hat wöchentlich wenigstens einen Brief in die Post gegeben.
Der Briefwechsel war seinerzeit sehr effektiv, da die Probleme gezielt entsprechenden Fachleuten vorgetragen wurden und auch der Postweg erstaunlich schnell war. Ein Musterbeispiel für den Briefwechsel ist jener mit Christian Goldbach (1690–1764), der außerhalb der *Opera omnia* von der Berliner Akademie 1965 sehr sorgfältig kommentiert herausgegeben worden ist[16] und der übrigens das bekannte Goldbachsche Problem enthält.

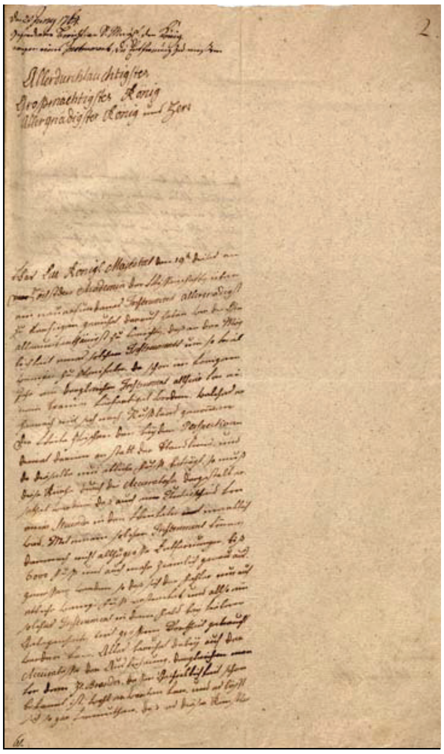
---

[13] Hilbert, D.: Notizhefte, Cod. Ms. D. Hilbert 600:2, S. 99. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Handschriftenabteilung.

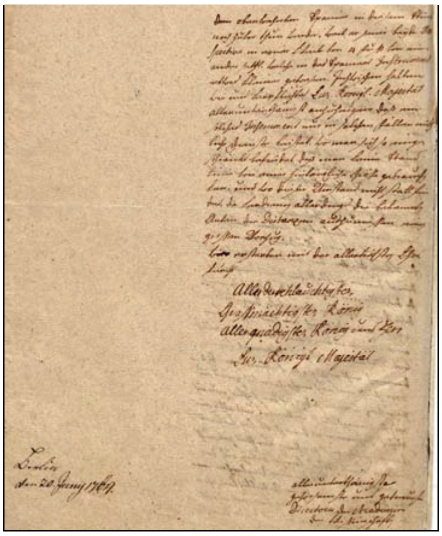
[14] 1768; russische (1768), deutsche (1769), holländische (1785), schwedische (1786), italienische (1787), dänische (1792), englische (1795), spanische (1798) Übersetzungen; E verweist auf das Eneström-Verzeichnis, siehe Anm. 17.

[15] Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII siècle, St.-Pétersbourg 1843.

[16] Juschkewitsch, A. P. & E. Winter (Hg.): Leonhard Euler und Christian Goldbach. Briefwechsel 1729-1764, Berlin: Akademie-Verlag 1965.



Allerdurchlauchtigster
Großmächtigster König
Allergnädigster König und Herr

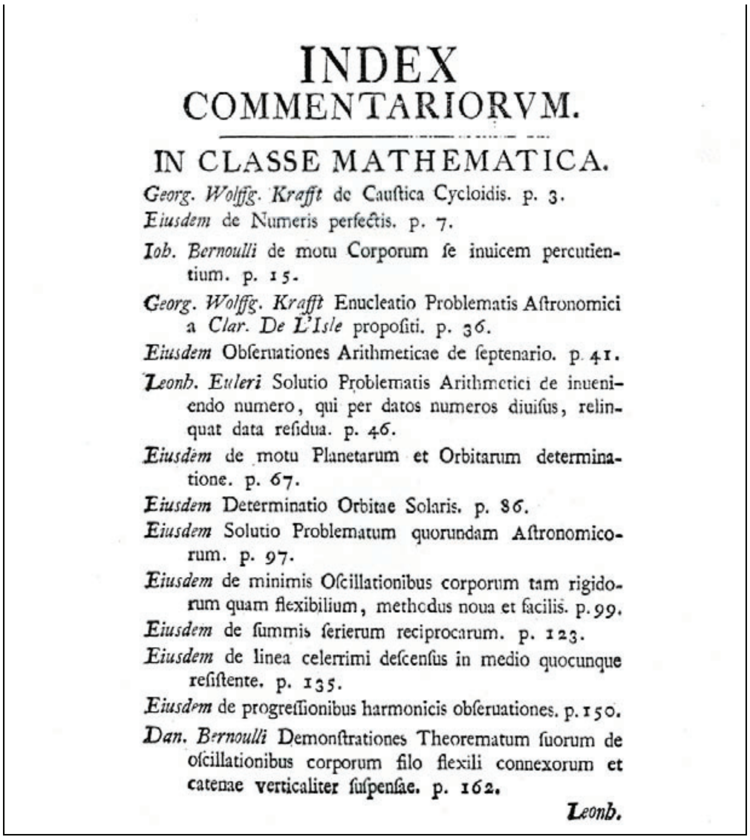


Allerdurchlauchtigster
Großmächtigster König
allergnädigster König und Herr
Eur. Königl. Majestät

Berlin
den 20 Juny 1764

Abbildung 9a und 9b
Zweiseitiges Konzept eines Gutachtens Leonhard Eulers vom 20. Juni 1764 über ein von Georg Friedrich Brand erfundenes dioptrisches Instrument zum Messen von Entfernungen. Friedrich II. interessierte sich insbesondere für Fernrohre, und Euler hatte dem König auch Fernrohre überreicht. (Archiv der BBAW, Inv. Nr. I-V-34, Bl. 2r und v)

Das *gedruckte Wort* füllt vor allem die Petersburger und Berliner Akademiejournale sowie ca. 20 Bücher. Insbesondere die frühen Jahrgänge der Petersburger *Commentarii* enthalten als mathematischen Arbeiten fast nur Beiträge Eulers. Die zwölf Pariser Akademiepreise sind natürlich in den Pariser Preisschriften „Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'académie royale des sciences" veröffentlicht worden. Euler hat sich nicht gescheut, auch elementare Bücher wie eine *Rechenkunst* (1738–1740) (E 17, 35) für russische Gymnasien, die bereits erwähnten *Lettres* (1768) (E 343, 344, 417) sowie eine *Vollständige Anleitung zur Algebra* (1770) (E 387, 388) zu verfassen, die letzte Schrift hat der erblindete Euler einem Gehilfen diktiert. In den Jahren der Blindheit war Euler in Petersburg von einem Kreis junger Wissenschaftler umgeben, die seine Überlegungen niederschrieben und ausgearbeitet zur Verbesserung vorlegten; über 400 Schriften und ca. sechs (teilweise mehrbändige) Bücher entstanden so, darunter auch eine dreibändige „Dioptrica" (Optik, 1769; E 367, 386, 404). (Abb. 10)
Das Versprechen, genügend mathematische Manuskripte zu hinterlassen, so dass die Petersburger Akademie noch Jahrzehnte drucken könne, hat Euler eingelöst. Sein



INDEX COMMENTARIORVM.

IN CLASSE MATHEMATICA.

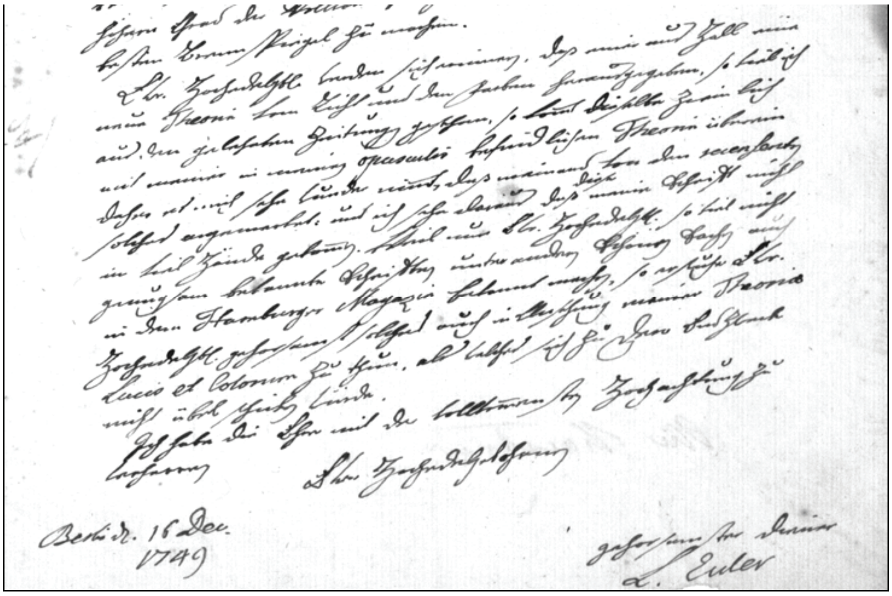
Georg. Wolffg. Krafft de Cauſtica Cycloidis. p. 3.
Eiusdem de Numeris perfectis. p. 7.
Ioh. Bernoulli de motu Corporum ſe inuicem percutientium. p. 15.
Georg. Wolffg. Krafft Enucleatio Problematis Aſtronomici a *Clar. De L'Isle* propoſiti. p. 36.
Eiusdem Obſeruationes Arithmeticae de ſeptenario. p. 41.
Leonh. Euleri Solutio Problematis Arithmetici de inueniendo numero, qui per datos numeros diuiſus, relinquat data reſidua. p. 46.
Eiusdem de motu Planetarum et Orbitarum determinatione. p. 67.
Eiusdem Determinatio Orbitae Solaris. p. 86.
Eiusdem Solutio Problematum quorundam Aſtronomicorum. p. 97.
Eiusdem de minimis Oſcillationibus corporum tam rigidorum quam flexibilium, methodus noua et facilis. p. 99.
Eiusdem de ſummis ſerierum reciprocarum. p. 123.
Eiusdem de linea celerrimi deſcenſus in medio quocunque reſiſtente. p. 135.
Eiusdem de progreſſionibus harmonicis obſeruationes. p. 150.
Dan. Bernoulli Demonſtrationes Theorematum ſuorum de oſcillationibus corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter ſuſpenſae. p. 162.

Leonh.

Abbildung 10
Inhaltsverzeichnis der Beiträge der mathematischen Klasse des siebenten Bandes der Petersburger Commentarii für das Jahr 1734 (gedruckt 1740), in denen der 27jährige Euler - wie auch später - die meisten mathematischen Beiträge verfasst hat. (Deutsche Akademie der Naturforscher, Leopoldina, Halle)

Werkverzeichnis, das der schwedische Mathematikhistoriker Gustav Eneström (1852–1923) aufgestellt hat, umfasst 866 Titel.[17] Die *Leonhardi Euleri Opera omnia* umfassen gegenwärtig 76 Bände (78 Buchbinderbände), also bezogen auf Eulers Lebensspanne genau einen Band pro Lebensjahr, mit insgesamt rund 25.000 Quartseiten; sie sind für 8.645 Euro zu haben.[18] (Abb. 11 und 12)

[17] Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Ergänzungsband IV (3 Teile), Leipzig: Teubner 1910–1913.
[18] Seit 1911, Leipzig-Berlin, später Zürich und Basel; in 4 Reihen.



Berl. d. 16 Dec.
1749

L. Euler

Abbildung 11
Schlusszeilen eines Briefes von Leonhard Euler vom 16. Dezember 1749 an Abraham Kästner, in dem Euler Kästner um eine Rezension seiner Arbeit „Coniectura physica circa propagationem soni ac luminis“ bittet. Die Arbeit wurde von Euler im August 1749 der Berliner Akademie vorgetragen und ist im Jahre 1750 in Eulers *Opuscula varii argumenti*, Bd. 2, veröffentlicht worden. (UB Leipzig, Handschriftenabteilung)

3 Eulers Mathematik

Euler war in erster Linie Mathematiker. Der Euler-Kenner und langjährige Herausgeber von Eulers Werken, Andreas Speiser (1885–1970), hat zurecht bemerkt, dass Euler alles von der Mathematik her erkundete. Der klare und einfache mathematische Stil Eulers teilt sich somit der Behandlung aller anderen Themen mit.
Was verstand man seinerzeit unter Mathematik? In dem weitverbreiteten *Dictionaire mathematique ou Idée generale des Mathematiques dans lequel sont contenus les termes de cette science* (1691) von Jacques Ozanam (1640–1717) erscheint letztlich noch die euklidische Definition („Elemente“, Buch V): Mathematik als Wissenschaft der *Größen*, die durch die Eigenschaft der Vermehrung und Verminderung charakterisiert werden. Ein gut hundert Jahre später erschienenes Pendant, das Klügelsche *Mathematische Wörterbuch* (Leipzig 1803–1808), bezieht sich in der Erklärung der Mathematik nach wie vor auf die veränderlichen Größen, ergänzt aber: „Die Mathematik entwickelt den Zusammenhang der Größen, die auf irgendeine Art mit einander verknüpft sind.“

271

III.

Coniectura Physica
circa
Propagationem Soni ac Luminis,
vna cum aliis
Dissertationibus analyticis.
Auctore Leonh. Eulero.
Berol. 1750. 4to. 22 Bogen. 1 Kupfert.

Dieses ist der zweyte Theil von den kleinen Schriften Hrn. Eulers. Nichts ist billiger als die Anzeigung desselben, da wir des ersten Theils Erwähnung gethan, zu welchem sich hier in einem oder andern Stücke Zusätze finden.

Die erste Schrift ist eine physische Muthmaßung von der Fortpflanzung des Schalles und des Lichts. Es giebt eine Menge Wahrheiten, die sich ohne grossen Wachsthum der Analysis nicht vollkommen abhandeln lassen. So ist die theoretische Sternkunde beschaffen, wenn man z. B. die Ungleichheiten in der Bewegung des Monds bestimmen will. Doch sind einige Fragen vorhanden, die aus Mangel einer genugsamen Erkenntniß der Mechanik nicht gehörig können entwickelt werden. Dieses findet sich bey dem Umlauf dichter Körper um ihre Achse, insbesondere aber bey der geschwinden Bewegung flüßiger Körper. Hieher gehöret der Schall, welcher in der Luft fortgepflanzt wird. Neuton und andere nach ihm, haben untersuchet, auf was für eine Art dieses geschehe, und Hr. Euler hat gezeigt,

Abbildung 12
Die Rezension Kästners erschien in dem Hamburgischen Magazin, 8. Bd., 1. St. (1751), S. 271–277. (Niedersächsische Landes- und Universitätsbibliothek Göttingen, historische Bibliothek)

Was war nun für Euler *Mathematik*?

Acht Jahrzehnte, also fast ein Jahrhundert nach Ozanams Bestimmung, beschrieb 1770 der 63jährige Euler in der *Vollständigen Anleitung zur Algebra* gleich eingangs eine *Größe* als der Vermehrung und Verminderung fähig (Kap. 1, § 1). Auch der Gedanke des Messens ist zentral, da Euler anschließend anmerkt:

> Es giebt sehr viele verschiedene Arten von Größen, welche sich nicht wohl aufzählen lassen; und daher entstehen die verschiedenen Theile der Mathematik, deren jeder mit einer besonderen Art von Größen beschäftigt ist. Die Mathematik ist überhaupt nichts anders, als eine Wissenschaft, welche Mittel ausfindig macht, wie man letztere ausmessen kann. (Kap. 1, § 2).

Er fährt fort, dass

> also der Grund aller mathematischen Wissenschaften darin gesetzt werden muß, daß man die Lehre von den Zahlen, und alle Rechnungsarten, die dabei

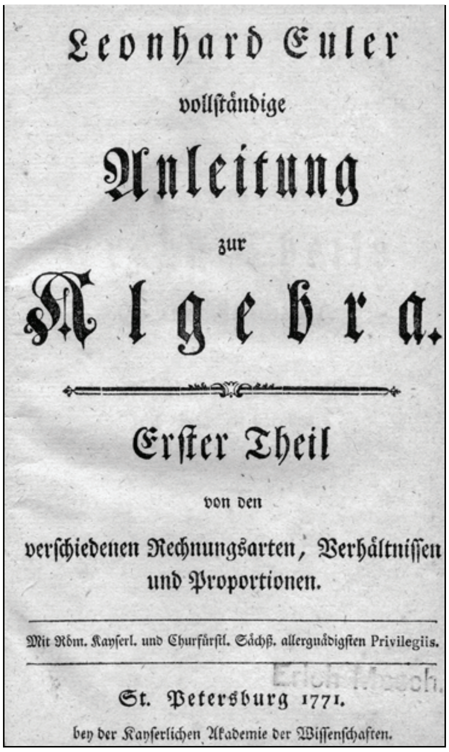

Leonhard Euler
vollständige
Anleitung
zur
Algebra.
Erster Theil
von den
verschiedenen Rechnungsarten, Verhältnissen
und Proportionen.
Mit Röm. Kayserl. und Churfürstl. Sächß. allergnädigsten Privilegiis.
St. Petersburg 1771.
bey der Kayserlichen Akademie der Wissenschaften.

Abbildung 13
Titelblatt von Eulers *Vollständigen Anleitung zur Algebra* (hier die 2. Aufl.), die erstmals 1770 in St. Petersburg erschienen ist. Eulers Gehilfe Nikolaus Fuß berichtet in seiner im Jahre 1783 an der Petersburger Akademie gehaltenen „Eloge auf Leonhard Euler", dass von Euler das Manuskript der „Anleitung" erst dann als druckreif betrachtet wurde, wenn ein Schneidergeselle, der sich unter den von Euler aus Berlin nach St. Petersburg mitgebrachten Bediensteten befand, den Text vollständig verstanden hatte. (Sudhoff-Institut der Universität Leipzig)

> vorkommen können, genau in Erwägung ziehe, und vollständig behandle. Dieser Grundtheil der Mathematik wird Analytik oder Algebra genannt. (Kap. 1, § 5)
>
> In der Analytik werden also Zahlen allein betrachtet durch welche Größen angegeben werden, ohne daß man sich um die besondere Art der Größen bekümmert, was in den übrigen Theilen der Mathematik geschieht. (Kap. 1, § 6) (Abb. 13)

Damit ist Euler zu seinem Thema vorgestoßen, in dem „die Analytik auf allgemeine Art alles dasjenige in sich [begreift], was bei den Zahlen [wie etwa den Brüchen] und der Berechnung derselben vorfallen mag" (Kap. 1, § 7). Obwohl sich beispielsweise *Irrationalzahlen* nicht durch Brüche darstellen, aber annähern lassen, so haben „wir doch einen *deutlichen Begriff* von der Größe derselben" (Kap. 12, § 129), und ebenso stellen sich *imaginäre Zahlen* „unserem Verstande vor, und finden in unserer Einbildung Platz", sodass Euler folgert „und dieser Begriff ist ausreichend, um diese Zahlen dem Verfahren der Rechnung zu unterwerfen" (Kap. 12, § 145).

Die Rolle, die Euler der *Rechenhaftigkeit* zumisst, zeigt sein algorithmisch-analytisches Denken und strukturelles Auffassen, denn über eine geometrische Veranschaulichung imaginärer Größen verfügte Euler nicht, wie seine Bemerkung über den Abstand reeller und komplexer Zahlen klar zeigt: „dahingegen bei imaginären Ausdrücken […] keine Näherung stattfindet [wie bei den irrationalen Zahlen], indem 100 davon ebenso weit entfernt ist wie 1 oder irgendeine Zahl". Imaginäre Größen sind übrigens auch als Argumente von Funktionen zulässig, was deutlich auf den formalen Charakter von Eulers Funktionsbegriffs hinweist; Funktionen haben ihre geometrische Herkunft (Konstruktion) völlig verloren, worauf wir noch zurückkommen! Vergleichen wir jedoch noch Eulers Auffassung der Rechenhaftigkeit mit Bemerkungen über die fortschreitende Abstraktion derselben in einem Jahrhundertbuch, in der *Algebra* (1931) von Bartel Leendert van der Waerden (1903–1996). Der Anfang des Kapitels „Ringe und Körper" beginnt so:

> Die Größen, mit denen man in der Algebra und Arithmetik operiert, sind von verschiedener Natur; bald sind es die ganzen, bald die rationalen, die reellen, die komplexen, die algebraischen Zahlen; die Polynome oder ganzen rationalen Funktionen von *n* Veränderlichen usw. Wir werden später noch Größen von ganz anderer Natur: hyperkomplexe Zahlen, Restklassen u. dgl., kennenlernen, mit denen man ganz oder fast ganz wie mit Zahlen rechnen kann. Es ist daher wünschenswert, alle diese Größenbereiche unter einen gemeinsamen Begriff zu bringen und diese Rechengesetze in diesen Bereichen allgemein zu untersuchen.[19]

Einfache Zahlgrößen sind natürliche und ganze Zahlen. Probleme mit solchen Zahlen wurden in der Neuzeit insbesondere von Pierre Fermat (1601–1665) behandelt, aber ohne Beweise für die behaupteten Aussagen zu liefern. Euler war es, der viele dieser Fermatschen Aussagen bewies oder widerlegte. Die Zahlentheorie ist bei Euler kein Basler Erbe, sondern sie bildete sich in Petersburg im Diskurs mit Christian Goldbach heraus. Eulers größte (empirische) Entdeckung in der Teilbarkeitstheorie war das *quadratische Reziprozitätsgesetz*, für welches er jedoch keinen Beweis fand. Später durchlief Carl Friedrich Gauß den von Euler in der Zahlentheorie beschrittenen Weg, aber schneller, und war es Gauß, dem im Jahre 1801 schließlich der vollständige Beweis des Reziprozitätsgesetzes gelang (siehe Abbildung 19). Die Fragestellung ist in erweiterter Form noch immer aktuell: David Hilbert und Emil Artin (1898–1962) waren zwei derjenigen Mathematiker, die dieses Gesetz auf allgemeinere quadratische Zahlkörper ausdehnten.

[19] Berlin: Springer 1931, Nachauflagen bis heute.

Zurück zum Begriff der Rechenhaftigkeit in Eulers Denken! Gegenstand der Mathematik war alles, was sich den Regeln des Rechnens unterwerfen lässt. Die Wirksamkeit des *infinitesimalen Denkens*, wie es im neu geschaffenen Calculus (Leibniz, Newton) zur Geltung kam, beruhte besonders in der Abkehr vom bisher vorherrschenden geometrischen Denken und dem an seine Stelle tretenden *Rechnerischen*. Dieses Rechnerische durchdrang nicht nur die Ausgestaltung der Analysis, sondern erweiterte deren Bereich explosionsartig: neben die bereits eingeführten unendlichen Reihen traten gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen, die Variationsrechnung und die Differentialgeometrie; die Anwendungen reichten von der Mechanik bis in die Astronomie sowie in viele praktische Probleme wie die der Kartographie, des Schiffsbaus oder des Maschinenbaus. Auf der Euler-Feier der Berliner Mathematischen Gesellschaft vor 100 Jahren hielt Adolf Kneser (1862–1930) einen Vortrag „Euler und die Variationsrechnung", in dem er bemerkte:

> … daß der Fortschritt der Wissenschaft darauf beruht, daß der Algorithmus an Stelle der gegenständlichen [geometrischen] Betrachtung tritt; nicht weil es uns Freude macht, das Denken durch mechanisches Rechnen zu ersetzen, sondern unter dem Drange einer bitteren Notwendigkeit. … Denn hat man … ein für alle Mal den Sinn der Operation ergründet, so wird der sinnliche Anblick des [Rechen]Zeichens das ganze Räsonnement ersetzen, das man früher bei jeder Gelegenheit wieder von vorn anfangen mußte.[20]

Eine herausragende Gestalt in dieser Entwicklung war Leonhard Euler, der einen neuen *Funktionsbegriff* in das Zentrum des Calculus gestellt hatte, und es war dieses Herzstück, das letztlich die neue Disziplin Analysis konstituierte und nebenbei Euler den Beinamen „fleischgewordene Analysis" (l'analyse incarnée, Dominique Arago [1786–1853]) bescherte. Eulers *Analysis-Trilogie*, bestehend aus der zweibändigen *Introductio in anlysin infinitorum* (1748, E 101, 102), den gleichfalls zweibändigen *Institutiones calculi differentialis* (1755, E 212) sowie den dreibändigen *Institutiones calculi integralis* (1768–1770, E 342, 366, 385) nebst einem posthumen Band, wird noch durch die „Variationsrechnung", die *Methodus inveniendi* (1744, E 65), ergänzt. Die Bücher stellten seinerzeit das vollständigste Werk über die neue Analysis dar, wobei in sie zahlreiche Eulersche Ergebnisse einflossen (wie die analytische Behandlung ebener Kurven oder die Einführung der Beta- und Gammafunktionen, die ein Hauptthema der Analysis des folgenden Jahrhunderts werden sollten). (Abb. 14 und 15)

---

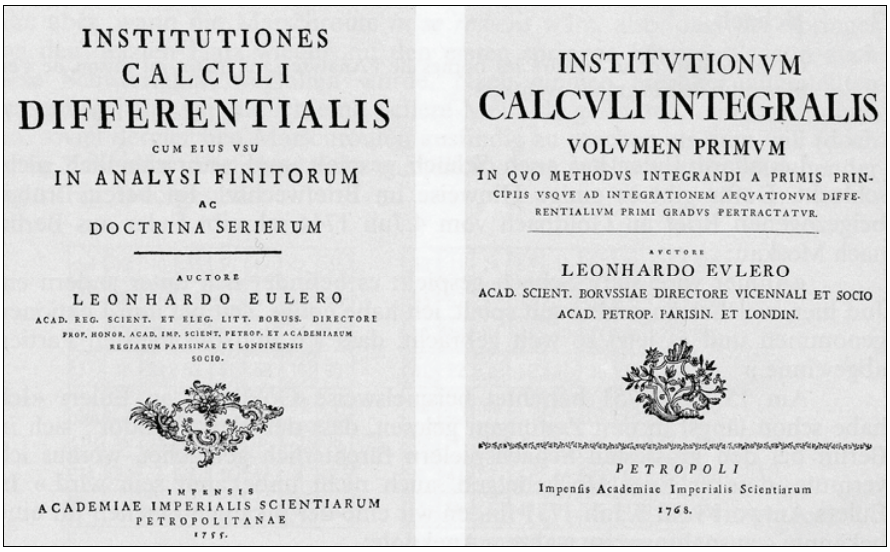
20 Festschrift zur Feier des 200. Geburtstages Leonhard Eulers, hrsg. von der Berliner Mathematischen Gesellschaft, Leipzig: Teubner 1907, S. 24.

INTRODUCTIO
IN ANALYSIN
INFINITORUM.
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio BEROLINENSI, *& Academiæ Imperialis Scientiarum* PETROPOLITANÆ *Socio.*

TOMUS PRIMUS.

LAUSANNÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.
MDCCXLVIII.

Abbildung 14
Frontispiz und Titelblatt von Eulers „Introductio in analysin infinitorum" (1748), Bd. 1. (UB Leipzig)



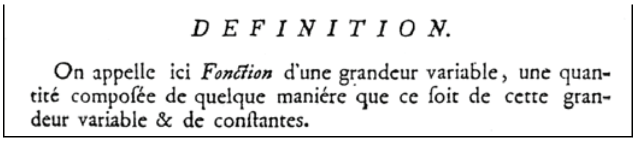
INSTITUTIONES
CALCULI
DIFFERENTIALIS
CUM EIUS VSU
IN ANALYSI FINITORUM
AC
DOCTRINA SERIERUM
AUCTORE
LEONHARDO EULERO
ACAD. REG. SCIENT. ET ELEG. LITT. BORUSS. DIRECTORE
PROF. HONOR. ACAD. IMP. SCIENT. PETROP. ET ACADEMIARUM
REGIARUM PARISINAE ET LONDINENSIS
SOCIO.

IMPENSIS
ACADEMIAE IMPERIALIS SCIENTIARUM
PETROPOLITANAE
1755.

INSTITVTIONVM
CALCVLI INTEGRALIS
VOLVMEN PRIMVM
IN QVO METHODVS INTEGRANDI A PRIMIS PRINCIPIIS VSQVE AD INTEGRATIONEM AEQVATIONVM DIFFERENTIALIVM PRIMI GRADVS PERTRACTATVR.
AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO
ACAD. PETROP. PARISIN. ET LONDIN.

PETROPOLI
Impensis Academiae Imperialis Scientiarum
1768.

Abbildung 15
Titelblätter der Eulerschen Differentialrechnung und Integralrechnung (Bd. 1), erschienen 1755 und 1768–70 in jeweils zwei bzw. drei Bänden. (UB Leipzig)


DEFINITION.

On appelle ici *Fonction* d'une grandeur variable, une quantité composée de quelque maniére que ce soit de cette grandeur variable & de constantes.

Abbildung 16
Die Definition einer Funktion durch Johann I Bernoulli, Eulers Lehrer, in seiner Arbeit „Remarques sur ce qu'on a donné jusqu'ici de solutions des Problêmes sur les Isopérimètres" von 1718 (gedruckt 1719) in den Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Paris. Euler hat diesen analytischen Ansatz übernommen und ausgebaut. (Deutsche Akademie der Naturforscher, Leopoldina, Halle)

In der frühen Variationsrechnung, in der man ja eine begriffliche Klärung ihrer Untersuchungsobjekte (Kurven bzw. Funktionen) erwarten durfte, erfolgte – wenn auch nicht geradlinig – über das Brachistochronenproblem (1696) und die isoperimetrischen Probleme (1697) spätestens im Jahre 1718 durch Eulers Baseler Lehrer, Johann Bernoulli (1667–1748), eine Präzisierung des rechnerischen Funktionsbegriffs. Johann Bernoulli erkannte, dass die in der neuen Descartesschen *Géométrie* (1637) durch geometrische Überlegungen erzeugten rechnerischen Ausdrücke (Gleichungen) nicht ausreichten, um „funktional" alle untersuchten Kurven zu erfassen, und er gab schließlich eine erste *rechnerische* Fassung des Funktionsbegriffs:

> Eine Größe, die in irgendeiner Weise aus einer anderen veränderlichen Größe und Konstanten zusammengesetzt ist, wird Funktion dieser Größe genannt.[21] (Abb. 16)

Hier setzte ganz zwanglos Bernoullis Schüler Euler ein, der nicht nur ein begnadeter und geschickter, sondern auch ein ausdauernder und begeisterter Rechner war, dem zudem dank seines phänomenalen Gedächtnisses jedes benötigte Hilfsmittel gegenwärtig war und der mühelos durch ein Labyrinth von Formeln drang. Er rechnete, wie andere atmen, stellte erstaunt Arago fest. Der Bernoullische rechnerische Ausdruck war Euler mithin geradezu auf den Leib geschneidert. Bereits um 1727 erklärte er in einem Konzept für eine Vorlesung in Petersburg:

> Eine Funktion einer veränderlichen Größe ist ein analytischer Ausdruck [*expressio analytica*], der auf irgendeine Weise aus dieser veränderlichen Zahlgröße und aus eigentlichen Zahlen oder aus constanten Größen zusammengesetzt ist.[22]

---

21 Remarques, in : Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Paris 1718 (1719), S. 100–138.

22 Siehe Juschkewitsch, A. P.: Euler's unpublished manuscript Calculus Differentialis. In: Burkhardt, J. J. et al. (Hg.), Leonhard Euler, Beiträge zu Leben und Werk, Basel: Birkhäuser 1983, S. 161–170.

Euler erweiterte beständig den Umfang des Begriffs, indem er für den Rechenausdruck, die *expressio analytica*, immer mehr Operationen zuließ (also die beliebige Weise des Zusammensetzens bzw. die Herstellungsvorschrift ausdehnte), nämlich zunächst die endlichen Polynome in unendliche Reihen erweiterte, dann transzendente Funktionen wie die trigonometrischen oder logarithmischen zuließ, schließlich Umkehrungen von Funktionen oder durch unbestimmte Integrale erklärte Funktionen einbezog und anderes mehr.

Unendlichen Potenzreihen waren schlechthin das angemessene Mittel geworden, um *beliebige* Funktionen darzustellen. Euler hat diese Idee bis an ihre Grenze getrieben, indem er nicht nur die handlichen Taylorreihen betrachtete, sondern *allgemeine Potenzreihen*

$$\sum^{\infty} c_{\alpha} x^{\alpha}$$

mit beliebigen Exponenten α in Betracht zog; praktisch hat er allerdings davon nur bei Laurent- und Puiseuxreihen Gebrauch gemacht, die er zur Untersuchung von Singularitäten einsetzte.

Dann stellte sich in der mathematischen Physik jedoch ein Phänomen ein, das Eulers Einstellung völlig veränderte, denn die *schwingende Saite* entzog sich dieser Denkweise. Es ist höchst bemerkenswert, dass Euler sein Arbeitsmittel Funktion wiederum auf das neue Problem zuschnitt, auch wenn dies auf Kosten der seinem rechnerischen Denken so angepassten Potenzreihen ging! Die hiermit verbundene Kontroverse um die schwingende Saite ist oft und meisterhaft beschrieben worden, und wir wollen daher lediglich einen Gesichtspunkt dieser Auseinandersetzungen hervorheben. Jean le Rond d'Alembert (1717–1783) hatte 1747 (gedr. 1749) in der Berliner Akademiezeitschrift die partielle Differentialgleichung für die Schwingungen einer homogenen Saite aufgestellt und deren Lösungen aus *mathematischen* Gründen auf reell-analytische Funktionen eingeschränkt.[23] Euler hingegen hatte die *physikalische* Problematik im Auge und ließ demzufolge „beliebige" Ausgangskurven, also auch eine gezupfte Saite (mathematisch eine „Dreiecksform") als Ausgangslage zu, denn die Natur kümmere sich nicht um die Schwierigkeiten der Mathematik.[24] Das nun angemessene Mittel waren trigonometrische Reihen, und es ist

---

23 Alembert, Jean le Rond d' : Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration, Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres 1747 (gedr. 1749), S. 214–219; Zusatz hierzu in der Histoire 1750 (gedr. 1752), S. 355–360.

24 Euler, L. : Sur la vibration des cordes. Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres 1748 (gedr. 1750), S. 69–85, E 140; eine entsprechende lateinische Abhandlung wurde bereits im Mai 1748 gelesen.

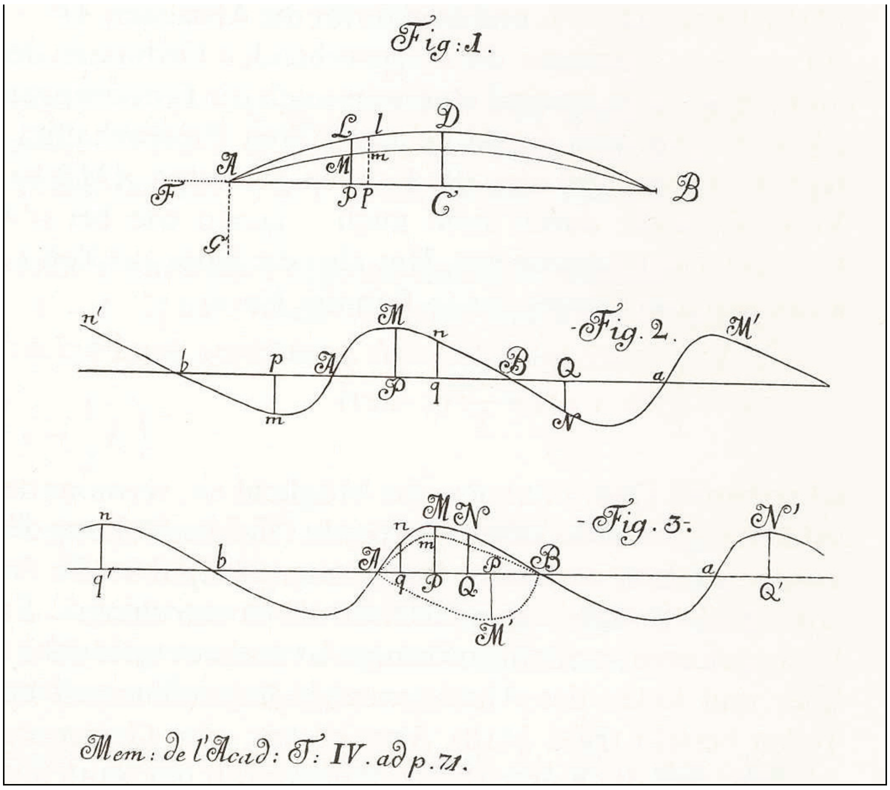


Abbildung 17
Figur aus Eulers Arbeit „Sur la vibration des cordes" von 1748 (gedr. 1750) in den Mémoires der Berliner Akademie; das Manuskript der ursprünglich lateinisch geschriebenen Arbeit „De vibratione cordarum exercitatio" (1748, gedr. 1749 in den Acta eruditorum; E 119) befindet sich im Archiv der Berliner Akademie. Da Eulers ursprünglicher rechnerischer Ansatz (Potenzrechen) nicht ausreichte, um den Verlauf einer Schwingung bei beliebiger Ausgangslage und Anfangsgeschwindigkeit zu beschreiben, griff Euler selbst auf eine geometrische Konstruktion zurück, um auch in solchen Fällen die Schwingung zu erfassen. (Deutsche Akademie der Naturforscher, Leopoldina. Halle)

höchst bemerkenswert, mit welcher Offenheit sich Euler solchen Fragen zuwandte und dabei selbst auf die alten geometrischen Methoden zurückgriff, um den Verlauf der Schwingung bei beliebiger Ausgangslage zu beschreiben! (Abb. 17)
In der „Differentialrechnung" von 1755, die schon um 1748 fertig gewesen ist, schrieb Euler im Vorwort (in der Michelsenschen Übersetzung, 1790):

> Es ist schwer, die Differenzial=Rechnung und die Analysis des Unendlichen, wovon jene ein Theil ist, denen zu erklären, die darin noch gar keine Kenntniß besitzen. … Zwar irrt man, wenn man behaupten wollte, die Differenzial=

> Rechnung und die Analysis des Unendlichen ließen sich gar nicht definiren, allein da dazu mehrere Begriffe erfordert werden, die nicht bloß im gemeinen Leben, sondern selbst in der Analysis des Endlichen ungebräuchlich sind, und erst in der Differenzial=Rechnung erworben werden müssen, so bleibt die gedachte Definition so lange unverständlich, bis man die Gründe des Differenzial=Calculs deutlich gefaßt hat.[25]

Das will Euler aber nicht begrifflich tun, sondern durch Beispiele lehren – ein Punkt, der den Mathematikhistorikern mehrere Möglichkeiten der Interpretation für die infinitesimalen Größen eröffnet hat: neben Eulers algebraischer Nullenrechnung vor dem Hintergrund des Körpers der reellen Zahlen treten beispielsweise die intuitiven Vorstellungen, wie sie Physiker gern benutzen, oder die Nicht-Standardanalysis von Detlef Laugwitz (1932–2000), die von einem ultrareellen Zahlkörper ausgeht, sowie formale Potenzreihenringe, die etwa Jean Dieudonné (1906–1992) zur Erklärung benutzte. Jedoch gibt Euler dem Interessierten durchaus Handreichungen. In dem Vorwort seiner *Introductio* (1748) verspricht er, in diesem Buch alles das zusammenzufassen, „was zu wissen bei der Erlernung der Infinitesimalrechnung notwendig ist". Euler benötigt also eine Einführung vor der eigentlichen Theorie. Mathematik ist nun nicht mehr allgemeines, sondern spezielles Wissen, wenn auch mit „universalem" Anspruch. Damit wird die offene und literarisch orientierte Darstellungsweise des Barock aufgegeben, die jedem Gebildeten einen unmittelbaren Zugang zu den Problemen ermöglichen sollte und kein mühsames Durcharbeiten durch einen systematischen (axiomatischen) Aufbau erforderte. Die Einheit von geometrischer Anschauung, Physik und Philosophie im Barock weicht mehr und mehr dem Bestreben, die Mathematik aus sich selbst heraus zu begründen; für Euler kommt die erwähnte Rechenhaftigkeit hier ins Spiel.

Euler geht daran, den Prototyp des Lehrbuches zu schaffen, für den die *Introductio in analysin infinitorum* sowie die *Methodus inveniendi* exemplarisch sind. Aber erst die französische Revolution von 1789 wird das Bedürfnis nach allgemeiner Lehrbarkeit des Wissens zur Geltung bringen und entsprechende Lehrbücher für das 19. Jahrhundert schaffen, für die der „Cours d'Analyse" von Augustin Louis Cauchy (1789–1857) exemplarisch ist.[26] Zu Eulers Zeiten ist der Leserkreis – zumindest im Hinblick auf die späteren Veränderungen durch die französische Revolution – noch eher elitär gewesen. Aber es gibt auch reizvolle Ausnahmen, wie es des Schweizer Christoph Jezler (1734–1791) gewesen ist. Der durch Erbschaft wohlhabend ge-

---

25 Institutiones calculi differentialis, 1755, E 212; dt. Übersetzung 1790.

26 Das zeigt die Übernahme dieses Titels bei allen großen französischen Lehrbüchern der Analysis in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts (denen von Charles Hermite, Edouard Goursat, Camille Jordan oder Émile Picard).

wordene Kürschner mit mathematischen Interessen hatte 1763 vom ungedruckten Manuskript Eulers über Integralrechnung (*Institutiones calculi integralis*, gedr. 1768–1770) gehört und Euler um die Genehmigung gebeten, es kopieren zu dürfen. Euler stimmte zu, Jezler kam nach Berlin und reiste nach mehreren Monaten mit einer Kopie von rund 1.000 Seiten wieder in seine Heimat, wo er schließlich Professor der Mathematik wurde.

Eulers Variationsrechnung, die *Methodus inveniendi*, die etwa 1742 fertig geworden sein muss, gehört letztlich auch zu seiner analytischen Trilogie, dem seinerzeit umfassendsten Kompendium der Analysis, das noch allen bedeutenden Mathematikern des folgenden Jahrhunderts als reiche Quelle diente. Euler hatte sich in den 30er Jahren des 18. Jahrhunderts ein neues Gebiet vorgenommen, das Extremalprobleme betraf und heute Variationsrechnung genannt wird. Eulers Freund Daniel Bernoulli (1700–1782) wiederum griff zur gleichen Zeit schwierige Probleme der Physik auf, namentlich den elastischen Faden und den elastischen Stab. Obwohl er Schwierigkeiten hatte, die Probleme mittels der neuen Variationsrechnung zu behandeln, vermutete er zu Recht, dass die Variationsrechnung hier die angemessene mathematische Methode sei. Seine Erwartungen konnten durch die Möglichkeit überprüft werden, dass die Lösung eines Variationsproblems mit den direkt gewonnenen Ergebnissen a posteriori verglichen werden konnte. Darüber war er seit 1738 mit Euler in Briefwechsel. Am 28. Januar 1741 hatte er in schönstem Gelehrtendeutsch des 18. Jahrhunderts die Behandlung der Erdgestalt und der Himmelsmechanik als Variationsproblem angeregt:

> Von Ew. [Euer Wohledelgeboren] möchte vernehmen, ob Sie nicht meinen, daß man die *orbitas circa centra virium* [Umlaufbahnen um ein Kraftzentrum] könne *methodo isoperimetrica* [mit der Methode der Variationsrechnung für Probleme mit Nebenbedingungen], wie auch die *figuram terrae pro theoria Newtoniana* [Erdgestalt nach der Newtonschen Theorie] herausbringen. *Rationi primae questionis* [Mit Bezug auf die erste Frage] ist zu *observiren*, daß ein *corpus motum* seine *velocitatem* und *directionem* [ein bewegter Körper seine Geschwindigkeit und Richtung] zu behalten trachte, welche zwey *conatus combinati* [miteinander verbundene Tendenzen] etwan auf eine Methode führen könnten.[27]

Nach zwei Jahren, am 12. Dezember 1742, beglückwünschte Daniel Bernoulli Euler zur Lösung des Problems der Elastica (Anhang I der Methodus inveniendi, E 65), mahnt aber eine Antwort über die noch ausstehenden obigen Fragen mit dem Hinweis an: „Man kann die principia maximorum et minimorum [die Prinzipien des

[27] Siehe Anm. 15.

Größten und des Kleinsten = Variationsrechnung] nicht genugsam ausforschen.“ Da er schließlich am 23. April 1743 Euler zur Lösung der gestellten Aufgaben gratulierte, lässt sich hieraus wohl datieren, dass Euler diese als Anhänge zur Variationsrechnung, der *Methodus inveniendi* aufgenommenen Lösungen spätestens im April 1743 abgeschlossen haben muss. Euler bemerkte:

> Aber es ist häufig sehr mühsam, die Formel zu finden, die ein Maximum oder Minimum liefert. … Diese Untersuchung steht nicht so sehr der Mathematik als der Metaphysik zu.[28]
>
> Ich überlasse diese Beschäftigung anderen, die sich zur Metaphysik berufen fühlen.[29]

Euler hob immer wieder hervor, dass er die schönen Ergebnisse der Variationsrechnung nicht a priori, sondern *a posteriori* bemerkt habe, was so viel bedeutet, dass er von den mit anderen Methoden direkt erhaltenen Ergebnissen ausgegangen ist und erst im Nachhinein sich der Variationsrechnung bediente. Den Anhang I in der *Methodus inveniendi* über die elastischen Kurven leitete er allerdings mit einer Bemerkung über diese doppelte Behandlungsmöglichkeit ein:

> Da nämlich die ganze Weltordnung die vollkommenste und vom weisen Schöpfer hergestellt ist, geschieht nichts in der Welt, worin nicht ein Verhältnis des Größten und Kleinsten hervorleuchte. Deshalb ist kein Zweifel daran möglich, daß alle Naturwirkungen aus Zweckursachen nach der Methode des Größten und Kleinsten [!] ebenso gut bestimmt werden können wie aus den wirkenden Ursachen selbst. … Da also ein doppelter Weg offen steht [Euler meint hier die finale bzw. kausale Behandlung] …, so benutzt der Mathematiker beide mit gleichem Erfolg.

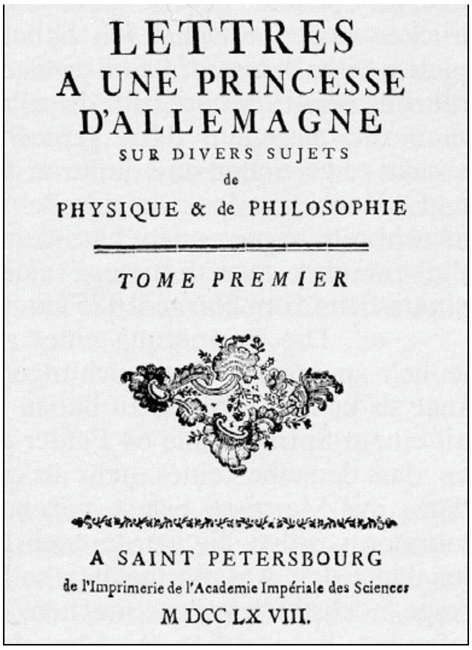
4 Wissen und Glauben

Das gerade genannte Zitat drückt Eulers Glauben an die göttliche Schöpfung und damit an die notwendige Schönheit und Verständlichkeit derselben aus. Wenn dieser christliche Glaube in Frage gestellt wurde, dann war Euler bereit, die göttliche

---

28 Recherches sur les plus grandes et les plus petits, Mémoires de l’Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres, Berlin 1748, pp. 149-188 = Opera omnia Euleri, ser. II, vol. 5, Zürich 1957, S. 1–37, Zitat S. 3.

29 Methodus inveniendi, Additamentum II, p. 320 = Opera omnia Euleri, ser. I, vol. 24, Zürich 1957, S. 308.


LETTRES
A UNE PRINCESSE
D'ALLEMAGNE
SUR DIVERS SUJETS
de
PHYSIQUE & de PHILOSOPHIE

TOME PREMIER

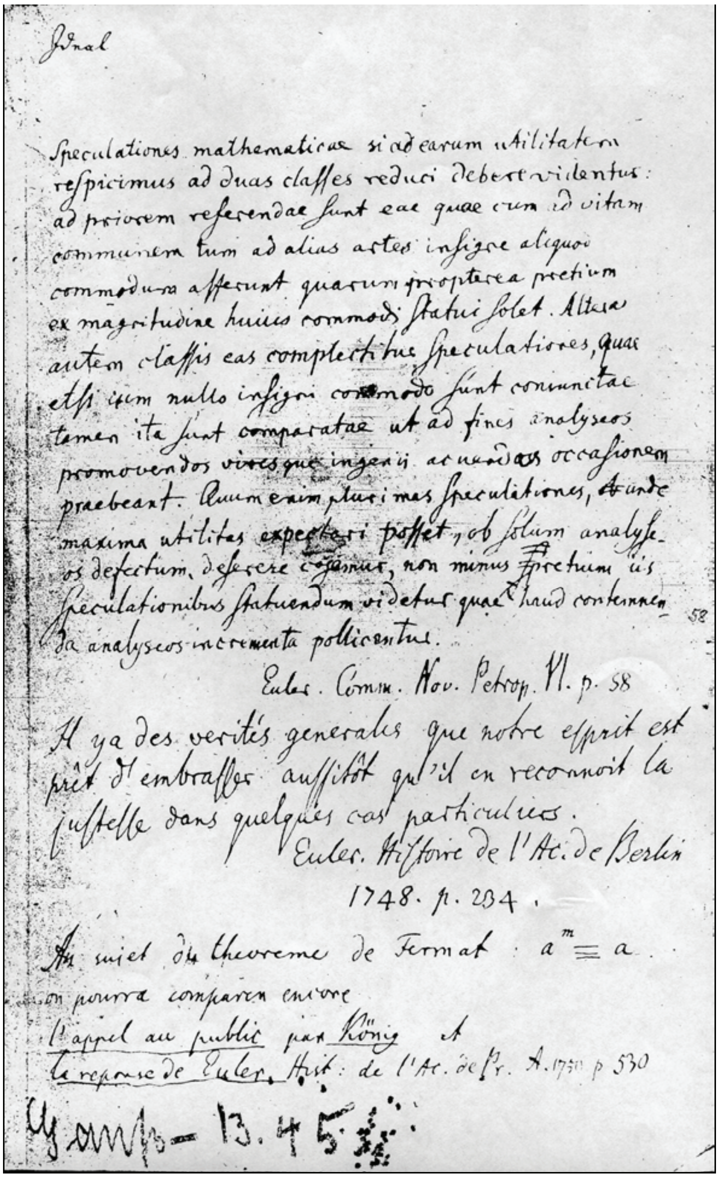
A SAINT PETERSBOURG
de l'Imprimerie de l'Academie Impériale des Sciences
M DCC LX VIII.

Abbildung 18
Titelblatt der „Lettres à une Princesse d'Allemagne" aus dem Jahre 1768 (Bd. 1), die einen beispiellosen Erfolg der populärwissenschaftlichen Literatur darstellen und bis heute aufgelegt werden. (UB Leipzig)

Offenbarung gegen die „Rotte der Freigeister"[30] entschlossen zu verteidigen, wobei er in der Wahl der Mittel nicht kleinlich war (aber dabei mit dem regierenden Freigeist Friedrich nicht ins Gehege geriet, der in seinem Königreich jeden nach seiner Fasson selig werden ließ)[31].
Euler erschloss alles von der Mathematik, hatte Speiser gesagt. Jedoch in Fragen der Religion war dies anders. Hier sah Euler ein geoffenbartes Reich, in das keine menschliche Vernunft mehr gelangen konnte. Kant sollte später formulieren, dass er das Wissen aufgehoben habe, um Platz für den Glauben zu schaffen. In den „Lettres" hatte Euler drei gleichwertige Quellen für Erkenntnis genannt: den logischen beziehungsweise *mathematischen Bereich*, den Bereich der *sinnlichen Erfahrungen* sowie den *historischen Bereich* der glaubwürdigen Berichte und göttlichen Offenbarungen. Diese Auffassung Eulers ist ein Erbe seiner Kindheit, hier zeigt sich der unmittelbare Einfluss seines Vaters. (Abb. 18+19)

[30] Rettung der göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister, 1747 (E 92, anonym).

[31] Eine Anekdote möge diese Haltung illustrieren. Als man Friedrich II. hinterbracht hatte, daß ein gewisser Geistlicher nicht an die Auferstehung am Jüngsten Tage glaube, vermerkte der König am Briefrand lediglich: „Soll liegen bleiben!"


Speculationes mathematicae si ad earum utilitatem respicimus ad duas classes reduci debere videntur: ad priorem referendae sunt eae quae cum ad vitam communem tum ad alias artes insigne aliquod commodum afferunt quarum propterea pretium ex magnitudine huius commodi statui solet. Altera autem classis eas complectitur speculationes, quae etsi cum nullo insigni commodo sunt coniunctae tamen ita sunt comparatae ut ad fines analyseos promovendos viresque ingenii acuendas occasionem praebeant. Quum enim plurimas speculationes, e quibus maxima utilitas expectari posset, ob solum analyseos defectum deserere cogamur, non minus pretium iis speculationibus statuendum videtur quae haud contemnenda analyseos incrementa pollicentur. 58

Euler. Comm. Nov. Petrop. VI. p. 58

Il y a des verités generales que notre esprit est prêt d'embrasser aussitôt qu'il en reconnoit la justesse dans quelques cas particuliers.

Euler. Histoire de l'Ac. de Berlin 1748. p. 234.

Au sujet du theoreme de Fermat: $a^m \equiv a$.
on pourra comparer encore
l'appel au public par König et
la reponse de Euler. Hist. de l'Ac. de Pr. A. 1750 p 530

Gauss – 13.4.5

Abbildung 19
Exzerpte von C. F. Gauß aus Arbeiten von Leonhard Euler; De integratione (1756/57, E 251) und Démonstration sur le nombre des points (1748, E 148). Gauß hatte sich das Induktionsprinzip aus der Zahlentheorie notiert: „Es gibt allgemeine Wahrheiten, die unser Geist bereit ist anzunehmen, sobald er die Richtigkeit einiger Sonderfälle erkannt hat." (E 148). (Niedersächsische Universitäts- und Landesbibliothek Göttingen, Handschriftenabteilung, Nachlaß Gauß)

Nur einen Steinwurf von hier, im Archiv der französischen Gemeinde im Französischen Dom, wird ein Schriftstück aufbewahrt, in dem sich der Gemeindeälteste Leonhard Euler zu Fragen der Katechisierung äußert und sich dabei auf bewährte Positionen seines Vaters Paulus (1670–1745) beruft, also etwa eine öffentliche Prüfung der Konfirmanden ebenso wie eine kindgerechte Darstellung der religiösen Themen befürwortet. Aus praktischen Gründen empfiehlt Euler auch die Drucklegung guter Predigten, um die Pfarrer zu entlasten.[32]

Meine Damen und Herren, ich hoffe, Ihnen eine Vorstellung vom Wirken Leonhard Eulers vermittelt zu haben. Lassen Sie mich ebenso wie Eulers Schüler Nikolaus Fuß (1755–1826) in seiner bewegenden „Eloge" auf Euler bemerken: „Ich gebe also hier, was die Umstände mir zu geben erlauben", und daher soll der Beschluss, den der Meister des Sinngedichts, Johannes Scheffler (1624–1677) – besser bekannt als Angelus Silesius –, an das Ende seines *Cherubinischen Wandersmannes* (1674) gestellt hat, auch diesen Vortrag beenden:

> Freund, es ist auch genug. Im Fall du mehr willst lesen,
> So geh und werde selbst die Schrift und selbst das Wesen.

Literatur

Bradley, Robert E. & C. Edward Sandifer (Hg.) (2007): Leonhard Euler: Life, Work and Legacy, Amsterdam: Elsevier.

Burckhardt, Johann Jakob et al. (Hg.) (1983): Leonhard Euler. Beiträge zu Leben und Werk. Gedenkband des Kantons Basel-Stadt, Basel: Birkhäuser.

Euler, Leonhard: Opera omnia, 4 Reihen, Leipzig: Teubner, später Zürich: Orell-Fuessli und Basel: Birkhäuser, seit 1911.

Festschrift zur Feier des 200. Geburtstages Leonhard Eulers. Herausgegeben von der Berliner Mathematischen Gesellschaft, Leipzig: Teubner, 1907.

Fuß (Fuss), Nikolaus (1911): Éloge de M. Léonard Euler, St. Pétersbourg 1783, dt. Übersetzung Basel 1786, auch in „Opera omnia Euleri", ser. I, vol. 1. Leipzig: Teubner.

Knobloch, Eberhard et al. (Hg.) (1983): Zum Werk Leonhard Eulers. Vorträge des Euler-Kolloquiums 1983 in Berlin, Basel: Birkhäuser.

[32] Siehe hierzu den Artikel von Raith, M.: Der Vater Paulus Euler. In: Burkhardt, J. J. et al. (Anm. 22), S. 459–470, oder Thiele, R.: Leonhard Euler. In: Koetsier, T. & L. Bergmans (Hg.), Mathematics and the Divine, Amsterdam: Elsevier 2005, S. 509–521.

Schröder, Kurt (Hg.) (1959): Sammelband der zu Ehren des 250. Geburtstages Leonhard Eulers der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegten Abhandlungen, Berlin: Akademie-Verlag.

Spieß, Otto (1929): Leonhard Euler, Frauenfeld-Leipzig: Huber.

Thiele, Rüdiger (1982): Leonhard Euler, Leipzig: Teubner.

Thiele, Rüdiger (2005): The Mathematics and Science of Leonhard Euler. In: Mathematics and the Historian's Craft. The Kenneth O. May Lectures, New York: Springer, S. 81–140.

Thiele, Rüdiger (2007): Leonhard Euler, the decade 1750–1760. In: Bradley, Robert E., D'Antonio, Lawrence A. & C. Edward Sandifer (Hg.), Euler at 300. The MAA Tercentenary Euler Celebration, vol. 3. MAA, Washington/DC, S. 1–23.

Dem Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, insbesondere Frau Dr. V. Enke und Herrn Dr. W. Knobloch, danke ich nicht nur für die freundliche Unterstützung, sondern auch für die angenehme Zusammenarbeit. Beim meiner Kollegin Dr. S. Fahrenbach, Sudhoff-Institut der Universität Leipzig, möchte ich mich für die technische Hilfe herzlich bedanken.