Ph. Furtwängler

Über die Schwingungen zweier Pendel mit annähernd gleicher Schwingungsdauer auf gemeinsamer Unterlage

In:
Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. – Berlin: Verlag der Königlichen Akademie der Wissenschaften (in Commission bei Georg Reimer)
Jahrgang 1902 : Erster Halbband (Januar bis Juni)
S. 245-253

Persistent Identifier: urn:nbn:de:kobv:b4-opus4-41537

Über die Schwingungen zweier Pendel mit annähernd gleicher Schwingungsdauer auf gemeinsamer Unterlage.

Von Dr. Ph. Furtwängler
in Potsdam.

(Vorgelegt von Hrn. Helmert.)

I. Die Differentialgleichungen des Problems.

Schwingen zwei Pendel auf gemeinsamer Unterlage mit parallelen Schneiden, so gelten, wenn man sich auf kleine Amplituden beschränkt und voraussetzt, dass die Unterlagsfläche elastische horizontale Parallelverschiebungen erleidet, deren Grösse der Summe der von beiden Pendeln ausgeübten Horizontaldrucke direct proportional ist, mit genügender Genauigkeit die Differentialgleichungen[1]:

$$\begin{aligned}\phi_1'' + 2\varkappa_1\phi_1' + \frac{\pi^2}{T_1^2}\phi_1 &= -\frac{2\gamma_2}{T_1}\phi_2'' \\ \phi_2'' + 2\varkappa_2\phi_2' + \frac{\pi^2}{T_2^2}\phi_2 &= -\frac{2\gamma_1}{T_2}\phi_1''.\end{aligned} \qquad (1)$$

Hierin bedeuten die Accente Differentiationen nach der Zeit t, ϕ_1 und ϕ_2 sind die Elongationen der beiden Pendel, T_1 und T_2 ihre Schwingungsdauern bei unendlich kleiner (oder besser constanter mittlerer) Amplitude, wenn sie einzeln auf demselben elastischen Stativ schwingen; γ_1 und γ_2 sind die Vergrösserungen, welche die Schwingungsdauern der beiden Pendel durch das Mitschwingen der Unterlage erfahren, $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ sind Dämpfungscoefficienten. Im Anschluss an diese Erklärungen seien gleich noch folgende Bezeichnungen notirt, die später benutzt werden:

[1] Auf die Ableitung dieser Gleichungen gehe ich hier nicht ein; dieselbe ist durchaus analog der Ableitung der Differentialgleichung für ein einzelnes auf einem elastischen Stativ schwingendes Pendel, die in »F. R. Helmert, Beiträge zur Theorie des Reversionspendels. Potsdam 1898« III. § 7 ausführlich gegeben ist.

$$\varkappa = \frac{\varkappa_1 + \varkappa_2}{2} \qquad \delta_\varkappa = \frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{2} \qquad T = \frac{T_1 + T_2}{2} \qquad \delta_T = \frac{T_2 - T_1}{2}$$

$$\frac{\gamma_1 \pi}{T^2} = \mu_1 \qquad \frac{\gamma_2 \pi}{T^2} = \mu_2 \qquad \frac{\delta_T \pi}{T^2} = \Delta_T \tag{2}$$

$$n_1 = \frac{\pi}{T_1} \qquad n_2 = \frac{\pi}{T_2} \qquad n = \frac{n_1 + n_2}{2}.$$

Da bei den folgenden Entwickelungen auf eine detaillirte Fehlerschätzung, die ich einer späteren ausführlicheren Arbeit vorbehalte, verzichtet werden soll, mag es bei Genauigkeitsangaben genügen,

T_1 und T_2 als endliche Grössen,

ϕ_1, ϕ_2, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, γ_1, γ_2, $T_1 - T_2$ als kleine Grössen erster Ordnung

zu bezeichnen.

Um eine bestimmte Lösung der Differentialgleichungen (1) auszusondern, müssen noch die Anfangsbedingungen gegeben sein. Es sei zur Zeit

$$t = 0 \qquad \phi_1 = a_1 \qquad \phi_1' = n_1 b_1 \qquad \phi_2 = a_2 \qquad \phi_2' = n_2 b_2. \tag{3}$$

Um zu einer praktischen Behandlung des Problems zu gelangen, das bei directer Integration der Gleichungen (1) nach den gebräuchlichen Methoden zu umständlichen Rechnungen führt, benutze ich die Analogie zwischen den linearen homogenen Differentialgleichungen und den gewöhnlichen algebraischen Gleichungen. Ich zerlege die linken Seiten in (1) gewissermassen in Linearfactoren unter Benutzung complexer Grössen und bestimme die Störung, die ein einzelner Linearfactor durch die Störungsglieder erleidet.

Zu diesem Zweck definire ich zwei complexe Grössen u_1 und u_2 durch die Gleichungen:

$$u_1 = \phi_1 - i \cdot \frac{\phi_1'}{n_1} \qquad u_2 = \phi_2 - i \cdot \frac{\phi_2'}{n_2}, \tag{4}$$

aus denen sich als physikalische Bedeutung von u_1 und u_2 die folgende ergibt: der absolute Betrag oder Modul von u_1 und u_2 stellt die momentanen Amplituden[1], das Argument von u_1 und u_2 die Phasen der beiden Pendel (von dem positiven Umkehrpunkt aus gerechnet) dar.

Da die Functionenpaare ϕ_1, ϕ_2 und ϕ_1', ϕ_2' beide Differentialgleichungen von der Gestalt (1) genügen, gilt in Folge der Linearität derselben das gleiche von u_1 und u_2, so dass also die Differentialgleichungen bestehen:

[1] Die Amplitude erscheint bei dieser Auffassung als continuirliche Function der Zeit; die Übereinstimmung mit der gewöhnlichen Erklärung der Amplitude liegt auf der Hand.

$$\begin{aligned} u_1'' + 2\varkappa_1 u_1' + \frac{\pi^2}{T_1^2} u_1 &= -\frac{2\gamma_2}{T_1} u_2'' \\ u_2'' + 2\varkappa_2 u_2' + \frac{\pi^2}{T_2^2} u_2 &= -\frac{2\gamma_1}{T_2} u_1''. \end{aligned} \tag{5}$$

Für u_1 und u_2 gilt ausserdem, wie man leicht erkennt:

$$u_1 + \frac{iu_1'}{n_1} = \mathbf{2} \qquad u_2 + \frac{iu_2'}{n_2} = \mathbf{2},$$

wo $\mathbf{2}$ ein Symbol für kleine Grössen zweiter Ordnung sein soll. Daraus folgt aber, dass die complexen Grössen

$$z_1 = \frac{1}{2}\left(u_1 - i\cdot\frac{u_1'}{n_1}\right) \qquad z_2 = \frac{1}{2}\left(u_2 - i\cdot\frac{u_2'}{n_2}\right)$$

bis auf kleine Grössen zweiter Ordnung mit u_1 und u_2 identisch sind, und zwei für z_1 und z_2 gültige Differentialgleichungen werden daher auch für u_1 und u_2 gelten, wenn man diese nur bis auf kleine Grössen zweiter Ordnung ermitteln will.

Durch Benutzung von z_1 und z_2 ist es jetzt möglich, die zweiten Differentialquotienten in (5) zu eliminiren; man bekommt:

$$\begin{aligned} z_1' - in_1 z_1 &= -\varkappa_1 u_1 - i\mu_2 u_2 + \mathbf{3} \\ z_2' - in_2 z_2 &= -\varkappa_2 u_2 - i\mu_1 u_1 + \mathbf{3}. \end{aligned}$$

Auf der rechten Seite der letzten Gleichungen setze man statt u_1 und u_2 die Grössen z_1 und z_2, da durch diese Substitution nur kleine Grössen dritter Ordnung vernachlässigt werden. Man hat dann zwei lineare Differentialgleichungen für z_1 und z_2, die nach dem früher Bemerkten bei der hier erstrebten Genauigkeit auch für u_1 und u_2 gelten, so dass das Problem sich jetzt auf die Integration der folgenden beiden linearen homogenen Differentialgleichungen erster Ordnung reducirt:

$$\begin{aligned} u_1' + (\varkappa_1 - in_1)u_1 &= -i\mu_2 u_2 \\ u_2' + (\varkappa_2 - in_2)u_2 &= -i\mu_1 u_1. \end{aligned} \tag{6}$$

Diese beiden Differentialgleichungen können völlig die Differentialgleichungen zweiter Ordnung (1) ersetzen, wenn man keine grössere Genauigkeit verlangt, als sie bei Pendelbeobachtungen mit den gebräuchlichen Mitteln erreichbar ist.

Für die später beabsichtigten Anwendungen kommt vor allem der Amplitudenquotient und die Phasendifferenz der beiden Pendel in Betracht. Es ist deshalb wesentlich, dass sich aus (6) eine einzige Differentialgleichung für $u_{21} = u_2 : u_1$ herleiten lässt; u_{21} ist nämlich, wie sofort ersichtlich, eine complexe Grösse, deren absoluter Betrag gleich dem Amplitudenquotienten und deren Argument gleich der Phasendifferenz beider Pendel im Sinne der Indices ist. Man findet aus (6):

$$\frac{du_{21}}{dt} = i\mu_2 u_{21}^2 - 2(\delta_x + i\Delta_T)u_{21} - i\mu_1 . \tag{7}$$

Entsprechend findet man durch Vertauschung der Indices 1 und 2, dass für $u_{12} = \frac{u_1}{u_2}$ die Gleichung gilt:

$$\frac{du_{12}}{dt} = i\mu_1 u_{12}^2 + 2(\delta_x + i\Delta_T)u_{12} - i\mu_2 . \tag{7'}$$

Welchen der beiden Quotienten u_{21} und u_{12} man in einem gegebenen Falle am besten benutzt, hängt von der relativen Grösse von u_1 und u_2 ab.

Es sei noch die Zerspaltung der Gleichung (7) in ihre reellen Bestandtheile angeführt. Bezeichnet man den Amplitudenquotienten mit v_{21} und die Phasendifferenz mit f_{21}, wobei die Reihenfolge der Indices angibt, wie die betreffenden Grössen zu bilden sind, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{dv_{21}}{dt} &= -2\delta_x v_{21} - (\mu_2 v_{21}^2 + \mu_1)\sin f_{21} \\ v_{21}\cdot\frac{df_{21}}{dt} &= -2\Delta_T v_{21} + (\mu_2 v_{21}^2 - \mu_1)\cos f_{21} . \end{aligned} \tag{8}$$

II. Folgerungen aus den Differentialgleichungen.

Man beobachtet die Schwingungen zweier Pendel auf gemeinsamer Unterlage, um dadurch den Einfluss des Mitschwingens der Aufstellung (Stativ, Pfeiler und Untergrund) auf die Schwingungszeiten der beiden Pendel, also γ_1 und γ_2 oder μ_1 und μ_2 zu ermitteln; da das Verhältniss $\gamma_1 : \gamma_2$ als bekannt anzusehen ist[1], braucht nur eine von den beiden Grössen ermittelt zu werden. Im Folgenden sollen auf Grund der Differentialgleichungen (7) oder (8) einige Methoden zur Ermittelung des genannten Einflusses, die sich als praktisch brauchbar erwiesen haben, skizzirt werden.

1. Wenn man den Versuch so einrichtet, dass nach einer gewissen Zeit u_{21} merklich constant wird, d. h. dass der Amplitudenquotient v_{21} und die Phasendifferenz f_{21} mit fortschreitendem t keine oder doch nur sehr geringe Änderungen erleiden, so muss $\frac{du_{21}}{dt}$ Null

[1] Es ist $\gamma_1 : \gamma_2 = \frac{M_1 h_1}{T_1^3} : \frac{M_2 h_2}{T_2^3}$, wenn M_1, M_2 die Massen der beiden Pendel und h_1, h_2 die Abstände ihrer Schwerpunkte von den Drehungsachsen bedeuten.

werden. Es müssen daher nach (8) für die constanten Werthe von v_{21} und f_{21}, die wir mit $\bar{v}_{21}$ und $\bar{f}_{21}$ bezeichnen, die Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned} 2\delta_\varkappa \bar{v}_{21} + (\mu_1 + \mu_2 \bar{v}_{21}^2) \sin \bar{f}_{21} &= 0 \\ 2\Delta_T \bar{v}_{21} + (\mu_1 - \mu_2 \bar{v}_{21}^2) \cos \bar{f}_{21} &= 0 . \end{aligned} \tag{9}$$

Eliminirt man f_{21} aus den letzten Gleichungen und setzt noch $\gamma_2 = \gamma_1 c$, wo c eine bekannte Constante bedeutet, so ergibt sich die Formel:

$$\mu_1 = 2\bar{v}_{21} \sqrt{\frac{\delta_\varkappa^2}{1 + c\bar{v}_{21}^2} + \frac{\Delta_T^2}{1 - c\bar{v}_{21}^2}}, \tag{10}$$

die bei beobachtetem $\bar{v}_{21}$ die Grösse μ_1 zu berechnen gestattet. Ist c oder $\bar{v}_{21}$ klein gegen 1, so geht (10) in die einfachere Formel über:

$$\mu_1 = 2\bar{v}_{21} \sqrt{\delta_\varkappa^2 + \Delta_T^2} . \tag{11}$$

Die letzte Formel stimmt bis auf kleine Grössen, die vernachlässigt werden können, mit der Formel des Hrn. VON ORFF[1] überein, der die vorstehende Methode zuerst benutzt hat.

2. Ist das zweite Pendel zur Zeit $t = 0$ in Ruhe, so wird für den Anfang der Bewegung u_{21} nur kleine Werthe haben; man wird daher in diesem Falle statt (7) schreiben können:

$$\frac{du_{21}}{dt} = -i\mu_1 , \quad \text{also} \quad u_{21} = -i\mu_1 t . \tag{12}$$

Daraus folgt:

$$f_{21} = -\frac{\pi}{2} \qquad v_{21} = \mu_1 t . \tag{13}$$

Auf Grund von (13) haben Hr. LORENZONI[2] und besonders ausführlich Hr. SCHUMANN[3] eine Methode zur Bestimmung des Mitschwingens entwickelt.

3. Wir gehen jetzt einen Schritt weiter und nehmen in Gleichung (7) auch noch das vorletzte Glied auf der rechten Seite mit:

$$\frac{du_{21}}{dt} = -2(\delta_\varkappa + i\Delta_T)u_{21} - i\mu_1 . \tag{14}$$

Die vorstehende Differentialgleichung wird gelten, wenn u_{21} während des Versuchs immer klein bleibt oder besonders dann, wenn μ_2

[1] C. VON ORFF, Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels auf der Sternwarte zu Bogenhausen. München 1883.

[2] G. LORENZONI, Relazione sulle esperienze istituite nel reale osservatorio astronomico di Padova etc. Roma 1888.

[3] R. SCHUMANN, Über die Verwendung zweier Pendel auf gemeinsamer Unterlage zur Bestimmung der Mitschwingung. Zeitschrift f. Math. u. Phys. 44. Jahrg. S. 102.

gegenüber μ_1 sehr klein ist (z. B. wenn das zweite Pendel ein leichtes Fadenpendel ist).

Ist wieder zur Zeit $t=0$ auch $u_{21}=0$, so ist die Lösung von (14):

$$u_{21}=\frac{i\mu_1(e^{-2(\delta_x+i\Delta_T)t}-1)}{2(\delta_x+i\Delta_T)}. \qquad (15)$$

Durch Bildung des absoluten Betrages folgt hieraus:

$$r_{21}^2 e^{2\delta_x t}=\frac{\mu_1^2(\cos h\, 2\delta_x t-\cos 2\Delta_T t)}{2(\delta_x^2+\Delta_T^2)}, \qquad (16)$$

wo $\cos h$ den cosinus hyperbolicus bedeutet.

Vergl. hierzu neben der bereits citirten Arbeit des Hrn. von Orff die Entwickelungen von Hrn. Kühnen[1] und Hrn. Borrass.[2]

4. Wir betrachten endlich die vollständige Differentialgleichung (7), wollen hier aber nur den praktisch wichtigen Fall erledigen, dass beide Pendel gleiche Dämpfungscoefficienten haben ($\delta_x=0$). Unsere Differentialgleichung lautet also jetzt:

$$\frac{du_{21}}{dt}=i\mu_2 u_{21}^2-2i\Delta_T u_{21}-i\mu_1. \qquad (17)$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$J^2=\Delta_T^2+\mu_1\mu_2 \qquad (18)$$

($-4J^2$ ist die Discriminante der rechten Seite von (17)), so ergibt sich für u_{21}, wenn wir wieder annehmen, dass das zweite Pendel zur Zeit $t=0$ in Ruhe ist:

$$u_{21}=\frac{\mu_1(e^{-2iJt}-1)}{(J-\Delta_T)e^{-2iJt}+J+\Delta_T}. \qquad (19)$$

Durch Bildung des absoluten Betrages bekommt man:

$$v_{21}^2=\frac{\mu_1^2\sin^2 Jt}{J^2\cos^2 Jt+\Delta_T^2\sin^2 Jt}. \qquad (20)$$

Die letzte Formel gestattet nicht ohne weiteres die Berechnung von μ_1, da in J die unbekannte Grösse $\mu_1\mu_2$ vorkommt. Man erhält indessen eine brauchbare Näherung, wenn man zunächst $J=\Delta_T$ annimmt und μ_1 aus der Formel berechnet:

$$v_{21}=\mu_1\left|\frac{\sin\Delta_T t}{\Delta_T}\right|. \qquad (21)$$

[1] Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf 22 Stationen von der Ostsee bei Colberg bis zur Schneekoppe. Veröffentl. des Königl. Preuss. Geod. Instituts. Berlin 1896. S. 249.

[2] E. Borrass, Bestimmung der Intensität der Schwerkraft auf 17 Stationen in der Nähe des Berliner Meridians von Elsterwerda bis Arcona.

Die letzte Formel, die man auch aus (16) bekommt, wenn man dort $\delta_x = 0$ setzt, genügt in vielen Fällen schon zur definitiven Berechnung von μ_1; jedenfalls liefert sie einen Näherungswerth, mit dessen Hülfe man J berechnen kann, um dann Formel (20) anzuwenden.

5. Bei den bisher angegebenen Methoden sind Amplitudenbeobachtungen zur Bestimmung des Mitschwingens benutzt; die folgende Methode enthält als wesentlichen Bestandtheil Schwingungsdauerbeobachtungen.

Schreibt man die erste Gleichung (6) in folgender Form:

$$u_1' + (x_1 - in_1 + i\mu_2 u_{21})u_1 = 0$$

und bedenkt, dass der reelle Theil des Klammerfactors von u_1 für die Dämpfung, der imaginäre für die Periode der Schwingung bestimmend ist, so ergibt sich bei Vernachlässigung von kleinen Grössen zweiter Ordnung für die momentane Schwingungsdauer T_1 des ersten Pendels, der wir auch gleich den Werth der momentanen Schwingungsdauer T_2 des zweiten Pendels hinzufügen:

$$\begin{aligned} \mathrm{T}_1 &= T_1 + \gamma_2 v_{21} \cos f_{21} \\ \mathrm{T}_2 &= T_2 + \frac{\gamma_1 \cos f_{21}}{v_{21}}. \end{aligned} \tag{22}$$

Wenn man es nun so einrichtet, dass v_{21} und f_{21} während der Schwingungsdauerbeobachtungen sich nur wenig ändern, so kann man in (22) mit den Mittelwerthen für diese Grössen rechnen und hat dann in den angegebenen Formeln gleichzeitig die mittleren Schwingungsdauern für die Beobachtungszeit. Annähernde Constanz von v_{21} und f_{21} wird aber, wie aus den Gleichungen (8) ersichtlich ist, erreicht, wenn man angenähert die Bedingungen:

$$\delta_x = \delta_T = 0 \qquad v_{21} = \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \qquad \sin f_{21} = 0 \tag{23}$$

innehält.

Auf Grund der gemachten Angaben ergibt sich als eine Methode zur Bestimmung des Mitschwingens, zwei Pendel mit annähernd gleichen Dämpfungscoefficienten und Schwingungszeiten einmal mit ungefähr gleicher und ein zweites Mal mit ungefähr entgegengesetzter Phase so schwingen zu lassen, dass der Amplitudenquotient v_{21} annähernd gleich $\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}$ ist (also bei gleichen Pendeln mit gleicher Amplitude), und ihre Schwingungsdauern sowie die mittleren Phasendifferenzen in beiden Fällen zu ermitteln. Der für v_{21} verlangte Werth ist auch insofern günstig, als durch seine Wahl Fehler in der Amplitudenbestimmung, die nicht zu beträchtlich sind, fortfallen, wenn man die mit den beiden

Pendeln erhaltenen Resultate mittelt. Sind nämlich die für die beiden Versuche in Betracht kommenden Grössen die folgenden:

Versuch	Schwingungsdauer des ersten Pendels	Schwingungsdauer des zweiten Pendels	Cosinus der mittleren Phasendifferenz	Amplitudenquotient v_{21}
1.	τ_1	τ_2	$1-\varepsilon$	$\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}+x$
2.	$\tau_1-\delta_1$	$\tau_2-\delta_2$	$-1+\zeta$	$\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}+y$

wo ε, ζ, x, y kleine Grössen bedeuten, deren Producte neben 1 vernachlässigt werden können, so ergibt sich offenbar aus (22):

$$\delta_1 = (2-\varepsilon-\zeta)\sqrt{\gamma_1\gamma_2}+\gamma_2(x+y)\,. \qquad \delta_2 = (2-\varepsilon-\zeta)\sqrt{\gamma_1\gamma_2}-\gamma_2(x+y)\,.$$

also

$$\frac{\delta_1+\delta_2}{2} = (2-\varepsilon-\zeta)\sqrt{\gamma_1\gamma_2}$$

und

$$\sqrt{\gamma_1\gamma_2} = \frac{\delta_1+\delta_2}{2(2-\varepsilon-\zeta)}. \tag{24}$$

Da $\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}$ bekannt ist, erlaubt die letzte Gleichung γ_1 und γ_2 zu berechnen; die Resultate sind, wie behauptet war, von x und y unabhängig.

Der zweite Beobachtungsfall (entgegengesetzte Phase) entspricht einem von Hrn. Faye[1] gemachten Vorschlage zur Elimination des Mitschwingens (Faye'sches Doppelpendel).

Angestellte Versuche haben gezeigt, dass die eben angegebene Methode ohne Schwierigkeit, selbst mit verschieden schweren Pendeln durchführbar ist und dieselbe Genauigkeit liefert wie die früher besprochenen. Ich erwähne diess hier, weil man in der Litteratur die Ansicht findet, dass die Methode mit Schwierigkeiten verknüpft, wenn nicht unmöglich sei. Auf nähere Einzelheiten, auch bezüglich der anderen Methoden, kann ich hier nicht eingehen; ich beabsichtige demnächst eine ausführlichere Arbeit zu veröffentlichen, in der das hier nur Skizzirte eingehender mit durchgeführter Fehlerschätzung begründet und auch noch andere Methoden nebst den angestellten Versuchen angegeben werden sollen.

Zum Schluss sei nur noch bemerkt, dass die Genauigkeit der gegebenen Entwickelungen sich leicht noch steigern lässt und dass dieselben in zwei Richtungen verallgemeinert werden können. Erstens

[1] Verhandlungen der 5. allgemeinen Conferenz der Europäischen Gradmessung. Berlin 1878. S. 23.

sind sie auch auf Differentialgleichungen von derselben Art wie (1) anwendbar, in denen aber als Störungsglieder allgemeine lineare Functionen der Elongationen und ihrer Ableitungen auftreten[1], und zweitens sind sie auf mehrere Pendel ausdehnbar.

[1] Solche allgemeine »Koppelungen« sind von Hrn. A. Wien (Über die Rückwirkung eines resonirenden Systems, Ann. der Physik und Chemie. Neue Folge Bd. 61, 1897. S. 151) untersucht. Entsprechend den beabsichtigten Anwendungen liegt in der genannten Arbeit der Schwerpunkt in der Discussion der Wurzeln der Gleichung 4. Grades, auf welche die Integration der beiden für das Problem gültigen linearen homogenen Differentialgleichungen 2. Ordnung führt.

Ausgegeben am 6. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.