IV.

Johannis Bernoullii, Inventa de Appropinquationibus promtis ad metiendas figuras per Motus Repentis considerationem exhibitis.

Ex Epistola ad G. G. Leibnitium, Basilea 15. Januar. 1707.

Sit Ellipsis data ABDE [*Fig.* 39.] cujus axes conjugati AD & BE; Fac igitur aliam Ellipsin datæ æqualem NPMQ tangantque primò duæ illæ Ellipses se mutuo in verticibus conjugatis A, & P; ita nempe, ut in directum cadat axis major AD cum minori PQ. Hoc in positu repat PMQN, hoc est, moveatur motu parallelo Fig. 39

 super

ſuper immobili ABDE, ſeu ita, ut recta aliqua in mobili ſumta velut MN, ſibi ſemper maneat Parallela; ſervato interim ſemper contactu mutuo Ellipſium; quo fiet, ut Ellipſis PMQN transferatur poſt primum circumlationis quadrantem in ſitum $P1\ M1\ Q1\ N1$, poſt ſecundum in $P2\ M2\ Q2\ N2$, poſt tertium in $P3\ M3\ Q3\ N3$ & poſt quartum redeat in primum PMQN atque interim vertices quatuor A, B, D, E, ſucceſſive excipient ſuos reſpective conjugatos P, N, Q, M, Hoc motu, punctum quodvis in plano curvæ repentis ex. gr. centrum O, deſcribet curvam OGO; HO2 IO3 KO quæ ſecundum ea quæ demonſtravi in Actis Lipſienſibus, erit dupla curvæ Ellipticæ ABDE; adeoque illius dimidia OGHO2 erit æqualis propoſitæ curvæ Ellipticæ. Quod ſi magis deſideretur, ut integra deſcripta Ellipſi datæ ſit æqualis, oportet prius aſſumere loco Ellipſis datæ aliam Ellipſin ſimilem, habentem axes conjugatos datorum dimidios, ita enim ambæ Ellipſes ABDE & PMQN ſimul ſumptæ æquant propoſitam, huicque adeo æqualis erit integra curva deſcripta GHIK. Habemus ergo conſtructionem per motum continuum certe non minus Geometricam quam ea eſt, qua per motum continuum deſcribitur circulus. Quod ſi petatur æquatio Algebraica pro determinanda natura curvæ, ejusque punctis inveniendis; etiam hoc præſtabitur: Sit igitur Semiaxis major $AC = a$ ſemiaxis minor $BC = b$, abſciſſa indeterminata in Ellipſi $CR = x$, adeoque applicata in eadem $RS = b\sqrt{[aa - xx]} : a$, $=$ [brevitatis gratia) $by : a$, ex his fiant coordinatæ CT, TF hac conditione, ut abſciſſa CT ſit $= x \pm (b^3 x : \sqrt{(a^4 yy \pm b^4 xx)})$ & ordinata $TF = b(y : a) \pm (a^3 y : \sqrt{(a^4 yy \pm b^4 xx)})$ dico, curvam hoc modo determinatam fore quæſitam, nempe illam ipſam quæ per motum repentem puncti O fuit delineata. Notetur hic obiter, puncta F & S ita ſibi reſpondere, ut ubi O prorepſit in F, mutuus Ellipſium contactus tunc ſemper celebretur in S, quæ omnia demonſtratu ſunt facilia.

Sed ad aliud nunc progredior, quod moneri alicujus operæ pretium duco. Idque hoc eſt, quod hæc mea methodus transformandi curvas, ſimul doceat lineas Ellipticas, cæterasque Ellipticarum formam habentes, immo omnes curvas, comprehendere intra limites pro arbitrio coarctandos duorum circulorum,

quorum

quorum unus majorem, alter minorem circumferentiam habeat quam data curva Elliptica, quod, quantum usum habere possit, in praxi patet; licet tale quid nemo hucusque præstiterit, nemo enim hucusque, sine serie in terminis finitis & geometricis, reduxit ex. gr. Ellipsin ordinariam intra duas circumferentias circulares, quæ vel tantum centesima nedum millesima vel minori adhuc sui parte altera alteram excedat. Hoc tamen est, quod mea methodus feliciter exequitur.

Manifestum est, Curvam rependo descriptam quæ Ellipsi æqualis, habere quatuor sua puncta cardinalia O, O1, O2, O3, æqualiter distantia a centro C, sed & demonstrare possum, intra quatuor ista puncta dari quatuor alia exacte intermedia G, H, I, K, itidem æqualiter distantia à centro C, sed hoc discrimine, quod illorum intervalla à centro C sint minima, horum vero maxima; id quod curvæ nostræ peculiarem hanc formam conciliat, ut nempe habeat quatuor gibbos valde quidem obtusos in G, H, I, K, alternatim protuberantes inter quatuor puncta cardinalia O, O1, O2, O3, ubi curva quatuor velut compressiones patitur: unde clarum est, circulos duos ex centro C & radiis CO, CG descriptos tangere curvam in quatuor punctis, & unum quidem interne in O, O, O2, O3. & alterum externè in G, H, I, K, adeoque illum, tanquam inscriptum, minorem esse curva, hunc vero tanquam circumscriptum, eâdem esse majorem. Est autem radius inscripti $CO = CA + CB = a + b$ & radium circumscripti CG invenio $= AB\sqrt{2} = \sqrt{(2aa + 2bb)}$. Hinc ergo concludo, curvam OGO, HO2 IO3 KO, hoc est Ellipsin, cujus axes conjugati sunt $4a$ & $4b$ nempe duplo majores quam AD & BE, esse majorem, quam ambitum circuli cujus radius $a + b$, sed minorem quam alium cujus radius $\sqrt{[2aa + 2bb]}$. Sumamus exemplum hujus adjectæ figuræ, ubi tali Ellipsi sum usus, in qua semiaxes conjuncti AC & BC, sunt ut 5 & 4; unde radius circuli minoris erit 9 vel $\sqrt{81}$, & radius Circuli majoris erit $\sqrt{82}$; assero igitur, longitudinem Ellipseos, cujus semiaxes conjugati habent partes 10 & 8 esse inter duas circumferentias circulares radiorum $\sqrt{81}$ & $\sqrt{82}$ qui numeri sibi propiùs accedunt quam hi rationales 9 & $9\frac{1}{18}$ hoc est, quàm 162 & 163 ideoque minor à majori minus differt quam centesimasexagesima secunda sui parte.

Hac

Hac occasione memini, me legere apud nonnullos Practicos quod pro comparandis perimetris Ellipsium cum circularibus, jubeant describere circulum, radio æquali medio Arithmetico inter semiaxes conjugatos Ellipsis propositæ, cui asserunt æqualem fore circuitum circuli ita descripti. Revera hic circulus cujus circuitum haud dubie ex sola sensuum æstimatione æqualem judicant lineæ Ellipticæ, est ipsissimus minor ex limitibus à me hic assignatis; Sed cum illi eum non nisi circiter æqualem æstiment, incerti tamen, utrum rem accuratè sumendo sit justo major aut minor; ego rei veritatem scientifice assecutus, ostendi, nonnihil justo minorem esse, sed hæc de limitibus primis Nunc limites secundos multo quam primi propinquiores, & postea tertios propinquiores adhuc, & ita porro invenio, hac ratione. Finge scilicet curvam nostram prima operatione inventam GHIK, se ipsam obrepere, & ita quidem, ut ab initio vertex gibbositatis G tangat verticem compressitatis O, hoc est, ut recta longissima GC in curva mobili cadat in directum cum recta brevissima OC in curva immobili, plane ut factum est in ipsa Ellipsi, ubi ab initio vertices conjugati A & P (qui sane nihil aliud sunt quam id quod ibi voco vertices *gibbositatis* & *compressitatis*) se tangunt, & maxima minimaque distantia AC, PO in directum ponuntur; Hoc intellecto, levi attentione adhibita percipitur, secundo hoc motu repititio, centrum C. curvæ mobilis, vel quodvis aliud ejus plani, describere curvam novam *Octi-gibbam*, hoc est, quæ habebit octo gibbos tantillulum prominentes alternatim inter totidem compressuras, & quorum vertices octo æqualiter à centro distabunt; curvamque ipsam octigibbam longitudine duplam esse curvæ generantis quadrigibbæ, uti hæc ipsa dupla est Ellipticæ ex qua fuit generata. Attendas igitur admirabilem generationem harum curvarum: *Ellipsis, quæ reapse est curva bi-gibba* generat sui duplam quadrigibbam, quadrigibba producit duplam octigibbam, & hæc simili motu & conditione etiam sui duplam gignet sedeci-gibbam, & ita porro in infinitum. Sed quemadmodum curva quadrigibba propius ad rotunditatem circuli accedit quam bigibba seu Ellipsis, ita quoque octigibba quàm quadrigibba, & ita porro; ad instar polygonorum, quæ, quò plures habent angulos, eò magis circulo assimilantur, magno tamen

discri-

discrimine ratione appropinquationis, nam per multiplicationem angulorum in Polygonis diu multumque procedendum est, antequam perveniatur ad limites à Ludolpho van Cöllen constitutos, sed curvæ nostræ multigibbæ incredibili adeo celeritate ad circulum convergunt, ut, quemadmodum ex indiciis quibusdam mihi patet, institutis quinque operationibus, jam perveniatur ad limites Ludolphinis arctiores, reperta nempe curva tantum 64 gibborum; cùm Archimedi opus fuerit Polygono 96. angulorum, ad rationem suam 7 ad 2. diametri ad circumferentiam inveniendam, quæ tamen à vera multum adeo adhuc abludit. Veritatem hujus, aliquo modo percipies, ex limitibus nunc tradendis quos mihi suppeditavit curva octigibba. Hos, ut inveniam, facile colligere est, ex ante dictis, necesse esse, ut quæram illius curvæ distantias à centro, maximam & minimam; circulus enim radio maximi intervalli descriptus tanget curvam exterius in octo punctis, & erit per consequens longitudine major quam curva; Sed circulus descriptus radio minimi intervalli tanget curvam interius in octo punctis, adeoque longitudine minor erit quam curva. Quantum ad distantiam minimam, invenitur facilè, est enim æqualis summæ distantiarum minimæ & maximæ curvæ quadrigibbæ genitricis quod per se patet: sed quod spectat ad distantiam maximam, demonstrare possum, quod sit illa æqualis perpendiculari CZ bis sumptæ, quæ demittitur ex centro C in rectam VX, tangentem curvam quadrigibbam generatricem in Y quæ tangens supponitur facere cum CO & CG prolongatis, basin trianguli isoscelis VCX: & quidem pari modo, distantiæ minimæ & maximæ in sequentibus curvis multigibbis inveniuntur, semper enim distantia minima æquatur distantiis duabus, minimæ & maximæ simul sumtis in præcedente multigibba generatrice: & distantia maxima æqualis est altitudini bis sumtæ trianguli isoscelis formati per prolongationem distantiarum præcedentium maximæ & minimæ, usq; ad tangentem tanquam basin ejus trianguli. Ex hoc generali fundamento, si nunc lubeat eruere limites secundos, quos nempe suppeditat curva octigibba, advertendum primò est, cum octigibba sit dupla quadrigibbæ, & quadrigibba dupla bigibbæ seu Ellipseos; fore curvam octigibbam longitudine quadruplam Ellipseos, adeoq; , ut illa fiat æqualis Ellipsi propositæ, assumendam esse pro primâ generatrice aliam Ellipsin similem, cujus axes conjugati sint subquadrupli conjugatorum propositæ. Sint igitur iterum (ut ante) axes conjugati Ellipseos propositæ $4a$ & $4b$, adeoque nunc AD $= a$ & BE $= b$ inveni pro similibus secundis, nempe radium circuli curvæ octigibbæ inscripti $= a + b + \sqrt{(2aa + 2bb)}, : 2$, & radium circuli eidem circumscripti $= \frac{1}{2}\sqrt{(2aa + 2bb + (aa - bb)\sqrt{2})} + \frac{1}{2}\sqrt{(2aa + 2bb - (aa - bb)\sqrt{2})}$ vel quod tantundem est $\sqrt{(aa + bb + \frac{1}{2}\sqrt{(2a^4 + 12aabb + 2b^4)})}$. Ut applicationem faciamus ad exemplum nostrum, ubi semiaxes conjugati Ellipsis propositæ sunt partium 10 & 8, hoc est, ubi $a = 5$ & $b = 4$; invenietur pro radio circuli minoris $9 + \sqrt{82}, : 2$, & pro radio circuli majoris $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, qui numeri sibi magis appropinquant quam hi rationales $9\frac{8}{289}$ & $9\frac{391}{14000}$ etenim $9\frac{8}{289}$ tantillulo minor quam $9 + \sqrt{82}, : 2$, & $9\frac{391}{14009}$ tantillulo major quam $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562}]}$. Atqui numeri $9\frac{8}{289}$ & $9\frac{391}{14000}$ paulo adhuc propius accedunt ad rationem æqualitatis quam hi numeri integri 36562 & 36563; ergo, à potiori, ratio inter limites inventos $9 + \sqrt{82}, : 2$, & $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$ magis convergit ad rationem æqualitatis, quam quæ est inter 36562 & 36563. Determinavi igitur hac secunda operatione, duas circumferentias circulares, unam propositâ Ellipsi majorem; alteram eâdem Ellipsi minorem, quæ tamen circumferentiæ tam parum ab æqualitate recedunt, ut in plusquam triginta sex millibus partium, ne quidem parte unica à se differant: Nunc quæso perpende, si limites primos, 162 & 163. excipiant statim limites secundi, enormi adeo modo sibi propinquiores, quid fieret si institueremus nunc tertiam operationem, postea quartam, imo & quintam? haud dubitatis, credo, de eo quod dixi, paucis istis operationibus, posse pro Ellipsibus coæquandis perimetris circulorum, perveniri ad limites angustiores, quam quos Ludolphus multis concatenatis operationibus invenit pro ipso circulo rectificando: Fateor equidem, ulteriores operationes nostras nonnihil difficiles & longas evadere, propter complicationem signorum radicalium, quæ in ex-

presiopressionibus limitum magis magisque coacervantur, sed qui hisce delectatur, operæ pretium faceret, si inquireret, num quâ certâ lege limites progrediantur, quo casu, sine calculo pro lubitu continuari possent, uti certe jam factum est, pro definiendo limite minori, quippe qui, ut supra monui, semper est æqualis medio Arithmetico inter limites præcedentes: modò nunc pari facilitate limes major ex præcedentibus erui posset, haberemus quod volumus. Interim, quamvis nondum id laboris mihi dederim, ut instituta tertia operatione tertium limitem majorem definierim, potest tamen, conferendo tertium limitem minorem, qui tam facile invenitur, cum præcedente secundo majori, perveniri ad rationem magis æqualitati accedentem, quam quæ habetur, ex utrôque limite secundo. Ita in præsenti exemplo, ubi limites secundi $9+\sqrt{82},:2$ & $\sqrt{[41+\frac{1}{2}\sqrt{6562}]}$ quorum ratio continetur intra 36561 ad 36563, nunc habebit pro limite minori $\frac{9+\sqrt{82}}{4}+\frac{1}{2}\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$ & pro majori $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$ hos limites reperio contineri intra terminos hujus rationis 56717. ad 56718 quos vides una tantum unitate differre. Ellipsis igitur nostra, cujus axes conjugati sunt ut 5. ad 4, eò jam proximitatis ad perimetrum circuli reducta est, ut exhiberi possint duæ circumferentiæ circulares una Ellipsi major, altera eâdem minor, quæ tamen in plusquam quinquaginta sex millibus partium, ne unâ quidem à se differunt.

Inscriptam lineam circumscriptâ esse minorem certum est, cum lineæ sunt ad easdem partes cavæ. Dubitabit autem fortasse aliquis, an tales sint hæ multigibbæ; sed tales esse, manifestè infertur ex constructione earum ipsa per motum repentem. Et mirum videri non debet, cum circulus lineam ad easdem partes cavam in pluribus punctis tangere possit, quod recta non potest.

Excerptum primum, ex Epiſtola reſponſoria

G. G. Leibnitii ad J. Bernoullium,

Datâ Berolini 1. Febr. 1707.

Fig. 40 COgitavi inter ſcribendum, an tua per circulum appropinquandi ad curvam Ellipſeos Methodus applicari appropinquationi rectæ ad circuli circumferentiam poſſit, adhibendo curvam Ellipſiformem, quæ in rectam extendi poteſt. Sit linea Epicycloidalis A B C D E [Fig. 40.] deſcripta revolutione circuli cujusdam mobilis, ſuper circulo immobili A E F. Sit B D, chorda maxima in dicta Epicycloidali, per quam abſcindetur ſegmentum B C D: huic adjungatur aliud, per omnia congruum B K D, & ita formabitur linea Ellipſiformis B C D K B, rectificabilis per Geometriam ordinariam, talem enim aſſumtam ſuppono, cujus & puncta per Geometriam communem definiri poſſunt Hæc tractetur per motum repentem ut Ellipſis, & habebimus curvas ei æquales vel ad eam in ratione data, quæ ad circulum in infinitum accedent; adeoque lineam rectificabilem quousque libebit, admovendo ad circularem, vicisſim circumferentiam circuli magis magisque admovebimus menſurationi ſeu Rectæ.

Excerptum ſecundum, ex Epiſtola

J. Bernoullii ad G. G. Leibnitium,

Baſilea 23. Martii 1707.

Fig. 41 QUælibet linea rectificabilis huic fini inſervire poteſt, etſi Ellipſeos formam non habeat. Sit enim (Fig. 41) B A arcus curvæ cujuscunque ex. gr. Parabolæ, adjungatur ad B, verſus partem alteram, arcus alius priori per omnia ſimilis & æqualis BD, ita quidem, ut in B (quanquam nec hoc abſolute ſit neceſſarium) habeant communem tangentem, hoc eſt, ut forment curvaturam continuam: jam duobus iſtis arcubus BA, BD, adaptentur duo alii prorſus ſimiles & æquales EA, ED; ut hinc oriatur figura clauſa Ellipſiformis BAED, cujus tota circumferentia æquatur arcui BA quater ſumto, neque obſtat quod in A & D arcus in angulos coëant, non vero, ut in B & E, abeant in curvam continuam. Jam ſi huic figuræ BAED, alia per totum congruens PNQM admoveatur & altera alteram obrepat ut in Ellipſi; deſcribet punctum O curvam quampiam quadrigibbam, quæ erit arcus BA octupla, hæc quadrigibba poſtea mutabitur in octigibbam, & ita porro &c. Fateor equidem, curvas iſtas multigibbas non eſſe uniformis naturæ, ut ſunt illæ quæ generantur ex Ellipſibus, conſtant enim ex arcubus diverſis, qui tamen in continuam ubique abeunt curvitatem, & hoc jam ſufficit, pro approximatione ad Circulum: apparet itaque, quomodo nunc Parabolæ arcus, & quæ ab eo dependet, area Hyperbolæ per circulum quantumvis prope menſurari poſſit, quod ſane hactenus nemo feliciter executus eſt; hac enim methodo, intra paucas horas pro illis arctiores limites invenirentur, quam quos miſi pro Ellipſibus. Interim, ut & hoc moneam, non neceſſe eſt ut arcus BA quater ſumatur ad formandam figuram clauſam Ellipſiformem BAED, niſi eam omnino ad integram circumferentiam reducere velimus. Nam quilibet arcus ſolus cujusvis curvæ per obreptionem ſubcontrariam continuo repetitam in infinitum tandem abit, ſaltem in arcum circuli. Voco autem *obreptionem ſubcontrariam*, quando arcus aliquis ſe ipſum obrepit inverſè, hoc eſt, quando in reptionis initio extremitates oppoſitæ ſe mutuò tangunt; hoc enim modo, arcus propoſitus, per reptionem primam mutabitur in alium ejusdem, ut voco, amplitudinis, ſed qui conſtabit ex duobus arcubus ſimilibus & æqualibus, qui, ſi nunc porro *ſubcontrariè* ſe mutuo obrepant, orietur arcus conſtans quatuor arcubus ſimilibus & æqualibus, adeoque ad rotunditatem arcus circularis magis accedens; per obreptionem tertiam ſubcontrariam formabimus arcum habentem arcus octo ſimiles & æ-

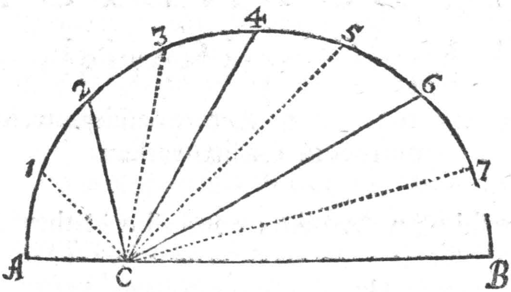
 quales,

quales, & sic magis ac magis ad ipsum arcum circuli, ejusdem cum præcedentibus singulis amplitudinis, perveniemus. Hoc unicum adhuc addam, pro applicanda methodo ad rectæ appropinquationem ad circulum; sumi posse Ellipsin, cujus axis minor sit indefinitæ parvæ longitudinis, quæ utique nihil aliud erit quam linea recta duplicata. Hanc si more Ellipsium per reptionem moveas, habebis loco curvæ quadrigibbæ quatuor latera quadrati: postea loco octigibbæ ambitum octogoni. Ita scilicet Ellipsi abeunte in rectam lineam, Curvæ multigibbæ quoque abeunt in Polygona regularia, & hæc tandem in circulum. Id quod mihi suppeditavit modum hunc facilem exhibendi per constructionem continuò & celeriter appropinquantem, arcum circuli æqualem lineæ rectæ datæ. Esto (Fig 41.)
Fig. 41 data recta B G perpendicularis ad aliam rectam A C. Ducatur ad arbitrium recta BA & angulo A fiat æqualis angulus ABC, ut habeatur triangulum isosceles B C A. Jam ducatur perpendicularis CD in AB & ipsi CD capiatur æqualis CL; jungatur D L, in quam agatur perpendicularis C E, cui æqualis abscindatur CM. Jungatur E M & ducatur perpendicularis CF, hocque continuetur in infinitum; & sit CR illarum perpendicularium ultima: dico, arcum circuli RS radio CR descriptum, fore æqualem rectæ propositæ B G. Quanquam postea viderim puncta B, D, E, F &c. esse in quadratrice Dinostrati, quod quidem facile demonstrari potest, adeoque, hoc nomine nihil novi me præstitisse, quatenus diu jam cognitum est, rectificationem circuli dependere, à determinatione intersectionis quadratricis & ejus diametri. In eo tamen aliquid singulare hic factum est, quod hic puncta in quadratrice D, E, F &c. ob perpendicularitatem C D, C E, C F &c certius designentur, adeoque punctum ultimum R multò accuratius determinetur, quam per modum vulgarem, quô, propter sectiones magis magisque obliquas, puncta in quadratrice tandem valde incerta evadunt. Cæterum vero, quicquid de eo sit, elegans mihi videtur & minimè contemnendum, quod hoc, ab aliis jam quidem inventum & ut singulare quid venditatum, idem tamen, nostræ inventionis nonnisi minimum tantum sit Corollariolum.

III Excer-

Excerptum tertium, ex Epistola
BERNOULLIANA,
Data Basileæ 15. April. 1709.

MUltum excolui & promovi hanc materiam (*de Motu Reptorio* & *Multigibbis*) & admiranda Theoremata detexi, Limites quippe pro Ellipticis perimetris ad circulares revocandis non tantùm provexi ulterius, sed etiam certam, eamque facilem legem provehendi quousque libuerit, erui, habeoque *Theorema Geometricum*, (*mox subnectendum*) quod applausum tuum merebitur, exhibens duos circulos quantumvis prope æquales quorum unius circumferentia major, alterius minor est circumferentia Ellipsis propositæ Aliud verò longe generalius mihi suppetit Theorema, quod spectat ad quamvis curvam propositam, intra duos arcus Circulares quantumvis sibi propinquos, coarctandam, idque è vestigio. Ecce Theorema prius: Esto in Figura apposita



semicircumferentia A 4 B, cujus diameter AB composita est ex semiaxibus alicujus Ellipsis A C & B C. Sit semicircumferentia bisecta continuo in 2, 4, 8, 16 &c. quotcunque libuerit parte æquales, atque rectarum ductarum ex puncto C ad divisionum puncta imparia 1, 3, 5, 7, capiatur Media Arithmetica

(hoc

[hoc est $C1 + C3 + C5 + C7, : 4$] quæ vocetur M. & rectarum ductarum ex puncto C ad divisionum puncta paria, 2, 4, 6, auctarumque radio R, seu $\frac{1}{2}$ AB, sumatur media Arithmetica (hoc est $C2 + C4 + C6 + R, : 4$) quæ vocetur N, dico, M & N fore radios duorum circulorum, quorum ille circumferentiam habet majorem, hic minorem quam Ellipsis proposita. Sunt enim illi duo circuli, circumscriptus & inscriptus curvæ multi gibbæ Ellipticam circumferentiam æquanti, duplo plurium existenti gibborum, quam est numerus divisionum. Unde si in octo partes dividatur semicircumferentia A 4 B erunt M & N duo radii duorum circulorum circumscripti & inscripti curvæ sedecigibbæ, quæ sit Ellipsi æqualis. Ponamus (pro Exemplo) axes Ellipsis esse inter se ut 5 ad 4, calculus me docuit M ad N fore in minore ratione quàm est 6000001. ad 6000000.

Excerptum quartum, desumtum ex alia ejusdem Epistola

Ad

DN. BURNETUM, Illust. Episcopi Sarisberiensis filium data 9. Jan. 1709 Autore desiderante, hic insertum, & ex Gallico versum.

PRoposui olim *Problema*, quod alius Mathematicus mihi proposuerat *de curva data in aliam differentem* (Algebraica in Algebraicam) *ejusdem longitudinis transmutanda*; simulq; insinuavi, solutionem ejus in mea manu esse. Hujus solutionem dare posse, sibi visus est Dn. Craigius, eamque Transactionibus Londinensibus Januar. & Febr. 1704. inseruit, unde postea in Acta Lipsiensia Aprilis 1705. translata est. Sed ostendi in Actis Augusti ejusdem anni, cùm propri-

propriam solutionem darem, à Dno. Craigio principium petitum fuisse, quoniam solutionem suam fundavit in postulato æquè aut magis difficili, quam ipsum Problema. Supponit enim, quod semper facile sit dividere summam duorum quadratorum in duo alia quadrata quorum latera sint summabilia, seu dent ordinatas figurarum quadrabilium. Dn. Craigius triennio elapso, satisfacturus tandem postulato suo, Schediasma quoddam inseruit Transactionibus Londinensibus Mensium Martii & Aprilis Anni 1708, ubi majorem adhuc Paralogismum admisit, nam credens exhiberi à se curvam novam priori æqualem, revera exhibet curvam eandem cum priore ad alium saltem axem accommodatam. Si bona esset Domini Craigi solutio, ipse Autor ejus primus non fuisset: lubricus enim locus est, & me ipsum, species ac simplicitas solutionis olim deceperat, cujus rei testes habeo amicos sed mox Paralogismum detexi. Quin & Dn. Moivræus in hanc falsam solutionem incidit triennio abhinc, parumque absuit ab ejus publicatione: Sibi tamen diffidens, mecum eam priùs communicavit, erroremque me monente agnoscens, sibi cavit. At Dn. Craigius non tantum publicè solutionem suam *nulli objectioni obnoxiam* pronuntiare audet, sed etiam meam Methodum per Motum Reptorium spernit; cùm tamen ea sit una ex meis inventionibus quas maximè æstimo, quam Leibnitius, Nevvtonus aliique intelligentes non satis æstimare potuerunt, & cujus ope detexi Quadraturæ Circuli longè præferenda, quale quid est Methodus Generalis omnes curvas ad Circulorum circumferentias ipsis æquales reducendi tam prope quàm velim. Et frustra Craigius solutionem meam Mechanicam esse pronuntiat, tanquam à motu dependentem, cum tamen ad calculum Analyticum reduci possit, & Curva data existente Algebraica, etiam reptoriæ sint tales.