

que cessurum esse. Cujus rei ut tanto certior fierem, ideam materialem hujus motus fieri curavi, eique ideam antliae cādem magnitudinis ratione applicui, effectumque voto meo optime respondentem natus sum Nihilominus animadverti, aliud ex eo subnasci inconveniens, quod onus in medio suspensum successivè magis à linea directionis motus, mox recedebat, mox ad eandem redibat, unde necesse erat afferem modo hanc modo illam pilarum striam durius urgere Quamobrem in machina Fig 72. descripta eidem afferi duos axes incurvos a medio æque distantes, inter se æquales & in eodem horizonte constitutos, æquali vero, sed contrario motu circum agendos applicui, quo facto patet omnem frictionem hic sublatam esse, præter eam, quā axes incurvi afferem M. sursum deorsumque cedere cogunt.

XXX.

G. G. Leibnitii

Tentamen de Natura & Re-

mediis Resistentiarum in Machinis, quæ à corporum superincestu oriuntur, occasione dissertationis præcedentis ejusdem argumenti.

Constat apud illos, qui rerum mechanicarum usui scientiam principiorum conjunxerē; Data vi motrice impendenda, effectum machinis augeri non posse, nisi obſtacula accidentalia removendo, quæ superfluam postulant virium impensam; ut adeo omne hic consistat in parsimonia lucrum. Ex obſtaculis accidentalibus non minimum *Frictio* est, quam definire possit resistentiam superficie, per quam inceditur. Eaque habet locum sive Liquidum à Liquido, sive Solidum à Solido, sive denique Solidum à Liquido, vel quod eodem redit, Liquidum à Solido tangatur. Liquidum à Liquido non raro tangitur cum detimento motus, veluti si gutta liquoris in alio liquore moveatur. Solidum à Solido impeditur, velut cum traha per solum incedit. Denique Solidi Liquidique inter se contactus motum

tum minuit, veluti cum aqua fertur in canticis; aut cum contrà navis fertur in aqua: & navem constat diu in itinere versaram, muscoque oblitam lentius ire. Nuper etiam à Viris ingeniosissimis examinata est ex subtilioris Mathefeos fundamentis, & per calculum infinitè finalē ope certæ hypothesis inventa figura navis quam minimum ceteris partibus resistens, quanquam ibi non asperitatis in superficie, sed directionum impulsus habeatur ratio.

Sed hoc loco de *Frictione solidi contra solidum* agemus, orta à superficie inæqualitate; qua semper aliqua est, quantumcunque corpus poliatur, ut microscopia oculis ipsis ostendunt, dum scilicet eminentiæ & cavitates ubique alternantur. Unde quædam quasi denticulorum, adeoque ferræ ex denticulis compositæ, vel si mavis limæ species exhibetur. Duobus autem corporibus dentatis ad se invicem arcte applicatis oritur quædam, ut ita dicam, inferratura, dum Eminentia unius inseruntur in cavitates alterius.

Hæc autem asperitas superinceps obstat, quoniā promotio qua unum corpus super alio incedit, locum non habet, nisi eminentiæ vel frangantur, (atque adeo abradantur,) vel deprimantur; vel denique dentes unius ex cavitatibus seu intervallis dentium alterius attollantur inter procedendum, qui casus est *volutionis*, de quo infra. Eminentia post depressionem vel sese omnino restituunt, vel nonnihil depressæ manent. In quantum ergo Frictione continuata corpora fiunt politiora, minusque frictionis habentia, in tantum inæqualitates subiguntur, & vel abraduntur, vel depressione facta non restituuntur. Sed quia res tandem è devenit, ut parum admodum immiuatur amplius frictio; consequens tunc est inæqualitates sese prope penitus vi elástica restituere, velut cum per pilosum tapetem decurrat globus, vel cum pectine fides percurruntur. Ita ex eo asperitas ferè eadem persistit.

Manente autem asperitate corporis, (ad quam scilicet digresso supercedente, se sponte restituit,) variari tamen potest, adeoque intendi minuīque frictio, aucta minutaque ipsa, quam dixi, *inferratura*. Nam quo magis corpus corpori apprimitur inter supercedendum, eo magis alterum alterius dentibus mordetur, profundiusque eminentia unius in alterius cavitates descendent usque adeo, ut etiam alterum in altero cavitates vel inæqualitates reddat majores durante superincelli, tametsi post transiū, corpus per vim suam

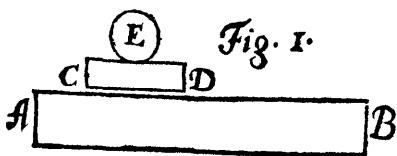
Elasti-

Elastica redit ad nudam asperitatem, seu ad ordinarias inæquitates.

Variatur autem appressio variis causis, sed duabus potissimum: *Pondere superincidentis*, ut cum trahæ currusq; plurimum onerantur & vehementer fundo apprimuntur; & *nisu superinceps*, qui corpus corpori apprimit, dum directio superincidentis in ipsam alterius superficiem tendit tanquam corpus unum motu suo in alterum penetrare conetur. Et hoc observari potest in dentibus rotarum sibi mutuo vim facientibus.

Appressio ex pondere superincidentis, efficit etiam in curribus aliquid à frictione diversum, licet ei cognatum. Nam si fundus esset durus, ut ad sensum non cederet, nuda frictio foret; ut cum trahæ super glacie incidunt; sed plerumque solum cedit, & tanto quidem magis, quanto est mollius aut magis aqua imbutum, unde depressiones sequuntur, quæ non restituuntur vi elastica, sed ipsa molitie materiae confluentis. Concurritque tum difficultas secandi terram tum ipsa ad hæsio ab ejus tenacitate, ut rotam terra limosa non facile dimitat. Sed ista quidem hujus loci non sunt.

Magis ad rem pertinet problema Clarissimi *Amontonis* nuper cum scientia jactura defuncti,



Ponatur (Fig. I.) super Plano AB incedere corpus superficie plana CD, appressa pondere E. Creditum est communiter, cæteris manentibus imminui frictionem ea proportione, qua imminuitur contactus seu su-

perficies CD, sed Dn. Amonto statuit, modo pondus incumbens idem maneat, nihil referre, quanta sit superficies contactus: atque hoc, opinor, argumento, quod plano CD aucto, augetur quidem contactus, sed tamen vicissim augentur & partes sustentantes; eoque minor est appressio in qualibet parte; adeoque & minor in ea resistentia sive frictio: ita commodum incommodo compensaretur.

Laudandus est Dominus Amonto, quod se errori vulgari opposuit: falsissimum enim est ob hanc, quam diximus rationem, cæteris manentibus minui augerive frictionem proportione superficii contactus. Sed tamen in eo rem acu non tetigit, quod commodum

incommodo compensari; adeoque rem à solo pondere premente pendere putavit. Demonstrativum foret ergumentum; si resistentia seu frictio esset proportionalis depressioni, & depressio ponderi incumbenti. Sed neutrum satis locum habet: *non prius*, nam prater depressionem, qua eminentia unius in cavitates seu valles alterius inseruntur, æstimandus est rigor & figura eminentiarum. Finge tabulam plenam vesicis inflatis, & globum super ea procurrentem, non sequitur, globum ad pollicis altitudinem in vesicas descendenter duplo magis præcise impediri in cursu, quam descendenter semipollice, cum resistentia variari posse, pro magnitudine vesicarum, & minores vesicæ tantundem depressionis ægrius patiantur, quia major in illis depressionis oritur inclusi aeris compressio, ut alias hypotheses taceam, unde similitudo sumi potest. Sed *nec posterius* locum habet, neque duplicato pondere statim dupla erit depressione. Quod comparatione aeris Elastici illustrari potest. Finge Embolum ope ponderis impositi in cylindrum cavum aere plenum intrudi ad altitudinem pedis; patet duplicato pondere non statim intrudi ad altitudinem bipedalem, sed crescere difficultatem, quemadmodum etiam appareat, cum sclopeta ventanea oneramus. Et rota currus oneratus ad sex pollices in terram penetrante non ideo duplicato onere penetrabit ad altitudinem pedis; nam terra pressa fit constipator & ad cedendum difficilior. Præterea si, ut plerumque fit, onus *E* non ubique æqualiter incubat plane CD, non ubique æqualis erit depressione: unde multæ nascuntur varietates, quæ impudent, ne magnitudo sustentantis difficultatem ab appressione ortam accurate compenset.

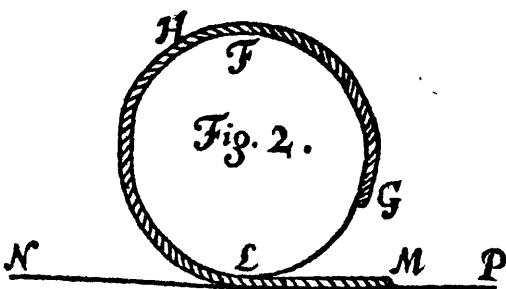
Diximus frictionem intendi etiam ex *nisu Superincusso*. Hoc sit cum directio superincidentis non est parallela superficie alterius, sed ad eam angulum facit, qui quo propior est perpendiculari, eo violentior est appressio. Unde oritur *coactura* quædam, *es zwinget sich*. Atque hoc in primis notatur in dentibus rotarum in se invicem agentium. Tantam enim sæpe invicem pressionem rotæ exercent, ut dentes vel bacilli frangantur, nisi eorum firmitas major sit, quam resisitus oneris per rotas superandi. Itaque hoc loco tantundem est frictionis, quantum, si dens denti ingenti pondere apprimeretur. Et interdum sit, ut ipsi axes rotarum loco suo emoveantur, si non sint probe firmati.

Venio nunc ad *Rer. edia Frictionis* in Machinis, ubi se posito re-medio

medio physico, quale est unguen, quod Superficiem minus asperam reddit; agemus de *Mechanicis*, quæ duum sunt generum: vel diminuitur, aut pro maxima parte tollitur frictio in superincessu, vel diminuitur aut tollitur (pro maxima parte) ipse superincessus. Prius, nempe diminutio Frictionis in superincessu obtineri potest certo modo superincedendi, quem *Volutionem* appellamus. Est autem modus superincedendi vel *Radens*, vel *Volvens* vel *mixtus*.

Superincessus Radens est, cum idem punctum unius sese tangentium corporum transit continue per diversa puncta alterius, seu lineam motu suo in ejus superficie designat. Ita traha incedit in solo, ut quivis clavus infixus ejus basi, lineam designet in terra.

Superincessus Volvens est, cum continuè mutatur punctum contactus, adeoque linea unius opus est ad lineam vestigii in alio designandam; & hæc volutio est pura, cum linea designans quæ est in una superficie æqualis est linea designata in altera superficie; qualis volutio est rotæ, cum ita movetur super solo, ut iter per circuitus ejus metiri liceat, quod fieret exacte,



Si (Fig. 2.) rotæ F circumvolvolutus esset funis GHLM, cuius una extremitas G affixa esset rotæ, altera M pavimento NP: ita enim rota impulsa sive versus N, sive versus P necessario procedet mera volutione, cum funis idem, qui huius linea de-

signans in rota, fiat linea designata in pavimento. Funis enim inter volvendum à rota in pavimento deponitur, si nempe rota impellatur versus N; contra si rota impellatur versus P, funem ipsa ex pavimento assumit; ita ut in priore motu *devolutio*, in posteriore *obvolutio* fiat.

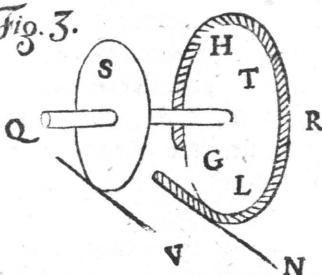
Sed hac cautione funis vel fili non adhibitâ, manifestum est, volutioni posse admisceri motus radentis Elementum, ita ut rota labatur eundo, *dass sic russche, Galli vocant glisser*. Cæterum cum vera

vera est & mera Volutio , Circulus in recta incedens certo suæ circumferentia puncto in aere designat lineam *Cycloidalem* , super alio incedens circulo *Epicycloidalem* ; aliter, siue circulus siue alia quævis linea volvatur , descriptam à puncto fixo , generali vocabulo *Trochoidalem* appello.

Morus mixtus est ex radente & volvente, quando linea quidem superincedentis basi applicata designat lineam in basi, sed non sibi æqualem; quod sit; dum volutioni admiscetur motus radens , non quidem assignabilis per certum tempus, sed tamen elementaris & repetitus per elementa infinitè parva numero infinita Ita punctum quidem unius superficie non applicatur per tempus assignabile diversis punctis alterius superficie sed tantum per tempus elementare ; eo ipso tamen tempusculo durante non quiescit, ut in mera volutione , sed procedit in basi, raditque adeò, et si non nisi per spatiū elementare , cum mox digrediatur à contactu, alterique puncto locum faciat. Hæc compositio volutionis cum motu radente sic comode exhiberi potest. Finge (Fig. 2.) funem G H L M rotæ F modo supra dicto esse circumvolutum, & unum funis extremum G, rotæ affixum, alterum vero extremum M non affixum esse sed liberum, ita ut trahi possit in pavimento cum rota versus P. Ita ergo , si durante hac tractione simul rota F impellatur versus N, & suam volutionem exerceat; eo ipso motus rotæ super pavimento , erit compositus ex motu volvente ob ipsius rotæ volutionem super fune , & ex motu radente ob funis tractionem in pavimento ; eritque hoc calu linea, quam rotæ puncto imo L semper variante designat in pavimento, minor fune devoluto , vel arcu rotæ ad pavimentum applicato. Sed si durante tractione funis impellatur Rotæ F versus P; rotæ volvetur quidem, sed ita, ut funis obvolvatur rotæ, linea autem , quam ipsum rotæ L in pavimento designat erit major fune obvoluto seu arcu ad pavimentum applicato funem assumente Si ergo funis traheretur super pavimento cum rotæ, sine rotæ volutione, motus esset merè radens , & idem punctum rotæ L semper incederet per pavimentum : Si funis non traheretur, sed esset affixus pavimento in M, rotæ que tamen volveretur ; motus esset merè volorius ; puncto L eodem in eodem pavimenti loco manente sed non nisi per tempus inassignabile donec per volutionem continuatam ab eo erigatur : Nunc autem motus est mixtus , dama durante volutionis elemento idem purum

etum L simul in pavimento procedit, et si per longitudinem inasignabilem. Potest etiam Motus mixtus sic exhiberi, ut alios taceam modos infinitos:

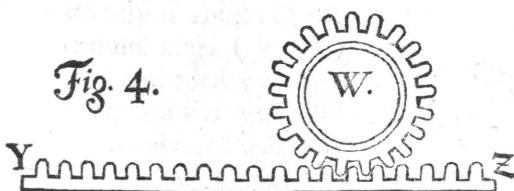
Fig. 3.



cerer super subjecto plano horizontali ipsam tangente, VX, esset mixtus.

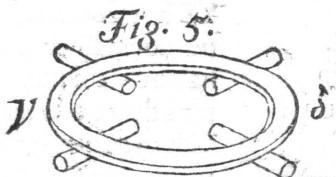
Nunc Radentem Volventemque incessum frictioni applicemus.

Fig. 4.



incident, & continuati in centrum tendunt,) & super regula incedat volvendo, ita ut durante incessu dens rotæ unius in intervallum dentium regulæ quadret, & vice versa. Hoc casu patet, asperitatem seu dentes regulæ rotæque non obstare incessui. Sed si quis rotam sine provolutione super regula promovere vellet, deberet idem dens rotæ perstringere plures dentes regulæ, quod, quamdiu dentibus regulæ inseritur, neque elevatur, fieri nequit, nisi vi magna frangat dentes aut saltē flectat, aut ipse frangatur vel flectatur. Idem plane fit, et si insensibiliter in Frictione, ut superinceps ob inæqualitatum insertionem redardetur; nisi cum corpus super basi volvendo incedit, ut rotæ super regula. Unde patet volutionem esse remedium contra frictionem, & quanto motus mixtus volutioni propior est, eo minus frictionis habere.

Ex hoc principio jam homines rotas curribus subjecerunt, nec trahæ prosunt, nisi super glacie aut nive indurata. Et interdum rotæ vel cylindri vel etiam globi non sunt affixi oneri mobili, sed tantum subjecti, quod, ubi locum habet, melius est: ita enim cœstat frictio circa rotæ vel cylindri axem. Et præterea cum cylinder vel globus volvatur super solo, onus autem eo casu volvatur super cylindris vel globis; sit, ut onus duplo celerius in solo procedat, quam globus vel cylinder ipse; nam fertur tam celeritate cylindri, cui incumbit, quam suâ super cylindro: at rotæ eadē celeritate procedit, qua ipse currus. Unde eatenus cylinder liber, cui onus incumbit, præstat rotis currui affixis. Sed hoc vicissim in cylindro libero incommodi est, quod ita ad continuationem itineris novis opus est cylindris vel globulis, quia priores à tergo ab onere relinquuntur; aut necesse est, ut sit, qui a tergo relictos antrorum semper proferat; nisi motus onoris sit circularis, & ipsum onus itidem circulare, quo casu effici potest, ut iidem globi vel cylindri semper subiecte maneant oneri, illudque commode ferant, cum nunquam deserantur.



Ita Circulus horizontalis *v*,
(Fig. 5.) circa suum centrum
gyrans, habensque cylindros
sibi subjectos axe itidem hori-
zontales in idem centrum pri-
ori centro verticaliter subje-
ctum collimantes; magno li-

cet onere imposito circumagi poterit; cylindris ipsis ita accommo-
dati, ut semper idem inter se intervallum servent.

Fit quoque volutio non solum, cum firmum à firme, sed etiam
cum firmum à flexili tangitur. Ut cum funes aut catenæ super troch-
leis aut cylindris incedunt, quos movent: neque enim refert circulus
sub linea an linea super circulo incedat. At Radens motus foret, si funis
super cylindro circa suum axem immobili labi deberet, ita enim
experimur, frictionem resistentiamque insignem oriri, quæ in primis
augetur, si funis sit cylindro immoto circumPLICatus; adeo, ut repe-
tita aliquoties circumPLICATIONE omnino motus funis aut filii tandem
impeditur, qui frictionis utique est effectus. Eaque consideratio-
ne usus est, qui apud Galilæum machinulam excogitavit, qua quis se
commodè ex alto per funem dimittere posset.

Et quemadmodum dupli modo cylindri onera ferunt, velita, ut ad rotæ instar axem habeant oneri affixum, vel ita ut liberè volvantur; ita etiam trochlearæ dupli modo funibus filisque aguntur: vel enim medium habent axem fixum, ut communiter fieri solet; vel medio libero inter funes suspenduntur, quo casu non tantum cessat frictio circa axem, sed & medium trochlearæ excavatum aliis corporibus dat locum, ut in quodam instrumento textoribus ingeniosissimis cognito, emblematis figurandis apto, quod Spigilicium, nomen fallor, vocant. Quin etiam quidam axem rotæ horizontalis aliquando ex catena suspendit, cui ipse axis trochlearæ vicem praestabat. Ita frictio ab axe incumbente oriri solita cessabat, quod in quibusdam casibus prodest potest. Ex his intelligitur, quomodo frictio volutione tollatur. Claudi Perralti, Viri ingeniosi, & mihi olim amici, machinae frictione carentes quas in suis ad Vitruvium notis exhibet, principio funium cylindrorumque seu trochlearum adeoque Volutionis, nituntur.

Commodum Volutionis supra motum radentem egregiè consideravit olim Illustris Vir Olaus Römerus Danus, cum Parisiis in Observatorio Regio ageret. Observavit enim dentes rotatum, ut vulgo fiunt, sine certæ figuræ defectu, valde coacte & incommode moveri, dum alterius rotæ vel regulæ dentem violenter radunt. Itaque excogitavit figuram, qua dens super opposito dente, (pro dente capio hoc loco & baculum) incederet non radendo, sed volvendo; quam figuram non sine profundioris Geometria auxilio invenit esse Epicycloidalem; orandumque est ut tandem aliquando totam pulcherrimi inventi rationem in lucem ipse edat. Habemus interea quæ postea Celeberrimus Hiraeus de eodem Epicycloidum usu Mechanico protulit: dignæque sunt hujusmodi meditationes quæ in praxin transferantur. Quanquam autem incommodum vulgo minui soleat brevitate & multitudine dentium simul agentium, (quæ etiam facit, ut diviso in plures labore non ita facile frangantur,) resistentia tamen superflua non exigua haud raro manet. Eaque in primis est notabilis in magnis operibus, veluti cum ope dentium rotæ apprehenditur pollex (Germanis *Dumpling*) ingenti & ponderoso conto tuforio vel pistillo, verticaliter posito affixus; eoque ipso perpendiculariter elevatus contus, & mox dirriso à dente pollice rursus delabens, à vi lapsus sui comminutionem attritum corporum, vel expres-

fioni succorum inservit. Ibi enim valde operæ pretium est dentibus pollicique, sed pollici inprimis figuram convenientem dari.

Unum ergo remedium frictionis est volutio, manente scilicet superincessu. Sed alterum remedium est sublatio ipsius superincessus. Hoc pro magna saltem parte præstat machinatio *Axis curati*. Germani tales Axes vocant *Curben*, item *krumme Zapfen*, Galli *Manivellas*. Nempe ansa ad angulum rectum inflexa perticam quandam hoc illuc movet. Idque tum ad durabilitatem, tum etiam ad frictionis imminutionem præstat, quam rotas adhibere dentatas; aut ovalem *Viri Celeberrimi* Samuelis Morlandi (Tubo Stentorophonico invento clari,) pondus attollentem. Etsi enim effectus, qui Axe curvato producitur, non sit æquabilis, (quod in Mechanico suo opere objicit Morlandus) id tamen tantum abest, ut noceat in iis casibus, ubi adhibetur; ut potius sua insignia commoda habeat; veluti cum exigua est quantitas aquæ rotam circumacturæ, cui axis curvatus est affixus, nam ea aquæ mensura initio motus sufficit, cum etiam exigua est operatio, nempe cum magna circuli portio exiguum propulsum rectilineum facit; interea nova affluente aqua impletisque haustris impetus concipitur, qui tandem tunc quoque sufficit, cum progressu circulationis magna sit propellendi difficultas. Si vero resistentia temper esset æqualis, rota initio nihil ageret, donec haustra implerentur, adeoque per intervalla interquiesceret, quod sæpe nocet. Frictio autem residua perticæ ad axem, à quo moretur, & ad vectem quem movet, exigua est, si frictionibus alias occurrere solitis comparetur. Cæterum obliquitas motus perticarum ne noceat in antiliis aut similibus, utique variis modis effici potest, & vulgo plerumque obtinetur ipsa longitudine hastarum, quas trahit pertica, ut non amplius sensibilis sit obliquitas, ubi ad embolum ipsum pervenit. Sed si breves sint perticæ, omnino remedio opus est.

Multa autem circa Axes curvatos utiliter adhuc præstari possent, ex quibus unum est, ut interventu axis curvati rota una aliam circumagat, licet valde distarem, nullo dentium, funium aut similiūm interventu; cum communiter per axes curvatos circulatio non nisi motum rectilineum reciprocum efficiat. Nam quod in rotis frictis muliercularum motus rectilineus interventu axis curvati efficit circularem, id facit impetus impressus, qui in majoribus operibus per ingentes resistencias evanescere solet.

Habentur & alia Machinamenta superincessu carentia minus vulgo nota, magnis tamen operibus ob firmitatem apta & cum successu adhibita, ubi nec dentium, nec trochlearum incessu motus transferatur, & tamen rota rotam etiam in distans circumagit, & rectilineus circularem, circularis rectilineum efficere potest. Sed talia hoc loco describere, prolixum foret, ubi fundamenta tradere propositum fuit, Frictionis remedia derivantur.

XXXI.

G. G. L.

Brevis descriptio Machinæ

Arithmeticae, cum Figura; quam vid. Fig. 73.

Specimen Machinæ Arithmeticae, à me adolescentे inventæ, quam exhibeo, jam Anno 1673. societati Regiæ Londinensi ostendi. Paulo proventiore mox vidit Academia Regia Parisina. Et tunc quidem Dn. Matthion Mathematicus eruditus Lutetiae agens in edita à se Tabula æri incisa, qua Orgyiam (Toise) in 1000. partes æquales dividebat, eique operationes in usum vulgarem accommodabat: notavit, machina mea adhibita (quam viderat) calculos à puerulo peragi posse. Mentionem quoque ejus fecit celeberrimus Tschirnhufius in Medicinæ Mentis editione novissima. Viri excellentes Antonius Arnaldus, Christianus Hugenius & Melchisedecus Thevenotius, qui viderant, testati sunt per literas quanti facerent, hortatique, ne oblivioni mandaretur.

Consistit ex duabus *partibus*, *Immobilis* & *Mobili*. In parte immobili per foramina duodecim apparent rotulae & in iis notæ numericæ 000000111085. In parte mobili visitur *Rota* una *majuscula* & octo *minusculæ*. In Majuscula exterius interiusque inscriptæ sunt notæ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9, interque utrumque notarum Circulum est limbus mobilis foraminum decem, notis respondentium. *Rotarum Minuscularum* cuivis inscriptæ sunt eadem notæ, adeoque index, qui circumagi potest, & ab his indicibus non trahuntur notæ 00001709, eoque sit, ut eadem notæ etiam per eam nondum rotarum foramina sese uno aspectu unaque in linea oculo offe. 212.