Michael Rottmann

Das digitale Bild als Visualisierungsstrategie der Mathematik

In der Bildenden Kunst und in den Wissenschaften spielen spätestens seit der Popularisierung des Computers statische und dynamische Computerbilder eine bedeutende Rolle. Die Grundlage für Computerbilder ist das Konzept des digitalen Bildes, das ein mathematisch beschreibbares ist und eine lange Vorgeschichte in der Mathematik und deren Umfeld besitzt. Schon in der griechischen Antike wurden in der Geometrie und der Kartographie Bilder durch die Verwendung eines Netzes oder eines Rasters in kleinere Einheiten zerlegt. Die Einführung von Koordinaten erlaubte die absolute Adressierung einzelner Gebiete oder geographischer Punkte in Landkarten und geometrischer Punkte in mathematischen Figuren und somit die Verortung des Raumes. Die Erfindung der »Koordinatengeometrie« ermöglichte die Berechnung von Bildern und gleichzeitig war eine essentielle Visualisierungsstrategie geboren. Die visuelle Bildkultur der Mathematik konnte sich durch die »Koordinatenmethode« erheblich erweitern, und dies setzt sich mit der Verwendung digitaler Bilder fort, da sich die Produktionsbedingungen in Folge der gesteigerten Rechengeschwindigkeit durch die Verwendung des Computers verändert haben.

Das digitale Bild

In den frühen 1950er Jahren entstand im Umfeld der Elektrotechnik und Kybernetik[1], vorangetrieben durch die Forschungen des Militärs, der erste Digitalcomputer mit graphikfähigem Display, auf dem digitale Bilder angezeigt werden konnten.[2] Zunächst operierten die Rechner wegen der geringen Speicherkapazität und der damit verbundenen niedrigen Perfor-

---

[1] Die Informatik war noch nicht als eigenständige Disziplin geboren, sie ging später aus der Mathematik, Physik und Elektrotechnik hervor und wurde erst gegen Ende der 1960er Jahre universitärer Studiengang.

[2] Das amerikanische Militär entwickelte unter der Leitung von Jay Forrester im Rahmen des ASCA (Aircraft Stability and Control Analyzer) Projektes von 1944 bis 1949 den ersten Digitalrechner mit graphikfähigem Bildschirm (»Whirlwind«), der als universeller Flugsimulator angedacht war und dann zu einem Frühwarnsystem umfunktioniert wurde. Der Rechner wurde 1951 in Edward R. Murrows Fernsehshow »See it now« der Öffentlichkeit vorgestellt. Vgl. Claus Pias: »Punkt und Linie zum Raster – Zur Genealogie der Computergrafik«. In: Markus Brüderlin (Hrsg.), *Ornament und Abstraktion*, Katalog Fondation Beyeler, Köln 2001, 64–69 oder auch William M. Newman, Robert F. Sproull, *Grundzüge der interaktiven Computergrafik*, Hamburg 1986.

mance aus ökonomischen Gründen mit Vektorgraphik, die es auch heute noch gibt und die bei der Skalierung und beim Bildaufbau der Grafiken Vorteile bietet. In einer Kathodenstrahlröhre wurde ein Elektronenstrahl, geeignet durch Magnetplatten abgelenkt, auf eine reaktive, fluoreszierende Schicht geschickt und hinterließ dort seine Leuchtspur. Die darzustellenden Bilder wurden in kubistischer Manier aus elementaren geometrischen Figuren zusammengesetzt. In den 60er Jahren wurde die Vektorgraphik, die bis in die 70er Jahre eine bedeutende Rolle spielte, sukzessive durch die neu entwickelte Rastergraphik abgelöst. Die Rastergraphik arbeitete speicherintensiver, lieferte aber beliebige Bilder, später auch in neuer Farbigkeit, da nun das Bild zeilenweise Punkt für Punkt auf der Lochmaske des Bildschirmes aufgebaut werden konnte. Es war nun losgelöst von den etwas sperrigen geometrischen, oft linearen Grundformen der Vektorgraphik und konnte flächiger und malerischer gestaltet werden. Die Pixelgraphik, die häufig als Synonym für das heutige Computerbild gilt, hatte sich etabliert.[3]

Das *digitale Bild* als Konzept kann als eine begrenzte zweidimensionale Fläche[4] aufgefasst werden, deren Aussehen durch eine endliche Menge von benachbarten Bildpunkten, so genannte Pixel,[5] bestimmt wird. Diese sind in der Regel in senkrecht zueinander stehenden Zeilen und Spalten angeordnet und für jeden Bildpunkt liegen kodierte Farbwerte vor, die innerhalb eines Farbsystems sein Kolorit beschreiben. Für Bilder, die nicht bereits so vorliegen, weil sie im Computer generiert wurden oder zum Beispiel mit einer Digitalkamera aufgenommen wurden, bedeutet dies, dass sie in einem Umwandlungsprozess, der Digitalisierung, gerastert und

---

3 Es wäre sehr spannend, die historische Entwicklung des Computerbildes weiter zu verfolgen, diese kann an geeigneter Stelle nachgelesen werden. Vgl. zum Beispiel Andre Reifenrath: *Die Geschichte der Simulation – Überlegungen zur Genese des Bildes am Computerbildschirm*, Diss., Berlin 1999.

4 Im Unterschied zu materiellen Bildern, die Tiefe und damit eine dritte Dimension besitzen, handelt es sich um eine Fläche, also einen idealen zweidimensionalen Raum, eine nicht körperliche Entität. Berücksichtigt man die Farbe als zusätzliche Dimension so handelt es sich um ein dreidimensionales, endlich diskretes System. Man könnte dieses System als dreidimensionale Matrix oder besser als einen Tensor dritter Stufe auffassen. Damit umschiffen wir die von Claus Pias formulierte Negation der Existenz des digitalen Bildes im substantiellen Sinn, da es sich, so Pias, bei den digitalen Bildern stets um analoge Aufführungen diskreter Datenmengen handeln würde. Vgl. Claus Pias: »Bilder der Steuerung«. In: Hans Dieter Huber, Michael Scheibel, Bettina Lockemann (Hrsg.), *Bild – Medien – Wissen, Visuelle Kompetenz im Medienzeitalter*, München 2002, 47–67; hier: 47. Anmerkung: Durch die Immaterialität geht auch die Zeitlichkeit in Gemälden verloren, es kann kein »darunter« und »darüber« und damit kein »davor« und »danach« mehr abgelesen werden.

5 Das Kunstwort »Pixel« bezeichnet die kleinste Einheit einer Rastergraphik, den Bildpunkt und ist aus den englischen Wörtern »picture« und »element« abgeleitet.

quantifiziert werden müssen. Mit der dafür notwendigen Messung, die dem Zählen in der Maschine häufig voraus geht, und der damit verbundenen Quantifizierung verschwindet das Phänomenologische und Qualitäten des Objektes gehen verloren. Die Welt reduziert sich auf Zahlen, denn es findet eine Überführung in die ideale Welt der Mathematik statt.

Nach der Prozedur der Digitalisierung liegt ein Bild in allen drei Dimensionen, der Höhe, der Breite und der Farbtiefe, mit endlich vielen Daten für die Bildpunkte und mit eindeutigen Nachbarschaftsverhältnissen derselben vor. Digitale Bilder sind also, mathematisch gesprochen und syntaktisch betrachtet, eine Teilmenge der analogen Bilder, die noch kontinuierlich vorliegen.[6] In endlich viele Partikel zerlegt, kann das so entstandene digitale Bild das Feld des Zweidimensionalen, des flächigen Mediums verlassen, und wird lineares Medium, dem Text gleich, dessen Elemente hintereinander wie auf einer Perlenschnur aufgereiht, geschrieben und wieder gelesen werden können.

Diese zeichenhafte, zumeist numerische Repräsentation des Bildes eröffnet die Möglichkeit der beliebigen Manipulation durch Computer und der Berechnung des Bildes. Aus technischen Gründen sind die Oberflächen, auf denen die Bilder erscheinen, aus endlich vielen Elementen zusammengesetzt, und auch die digitalen Rechner selbst können, solange es *digitale* Rechner sind, nicht mit kontinuierlichen Größen arbeiten, man muss ihnen deshalb einen endlich differenzierten Code vorsetzen.[7]

---

[6] Die Begriffe »analog« und »digital« müssten möglicherweise neu verhandelt werden. Man könnte zwischen syntaktischer und semantischer Analogie und Digitalität von Bildern unterscheiden, wie ich es in meiner wissenschaftlichen Examensarbeit vorgeschlagen habe. Denn ein syntaktisch digitales Bild kann semantisch analog sein. Eine etymologische Betrachtung zeigt, dass der Begriff der Analogie aus der antiken Philosophie entwuchs, also der wesentlich ältere ist. Dort unterschied man drei Arten von Verhältnisgleichheit, später mit »Proportion« in das Lateinische übersetzt. Heute unterscheidet man die funktionale und strukturelle Analogie und verwendet »analog« zum einen im Sinne von »ähnlich« oder »gleichartig«, zum anderen als Gegenstück zu »digital« im Sinne von »kontinuierlich« oder auch »stetig«. Bei Bildern meint »analog« also zunächst »verhältnisgleich« und damit die Ähnlichkeit des Bildes mit seinem Denotat, also semantische Ähnlichkeit. Der Begriff »digital« entstand im heutigen Sinn von »mit Zeichen, Ziffern operierend« und »in Stufen« oder auch »diskret« mit Entwicklung der universell einsetzbaren, mit Symbolen, Ziffern operierenden Digitalrechner, um diese von den älteren »Analogrechnern« abzugrenzen, die eine Entsprechung ihrer Funktion zu dem zu lösenden Problem aufwiesen. Der Begriff »digital« verfestigte sich seit den 1960er Jahren in der deutschen Sprache mit Einführung der Digitaltechnik im Lebensalltag (Digitaluhr). Zuvor waren Wörter wie »digitus« und »digital« im Sinne von »mit den Fingern« im medizinischen Kontext gängig und auch der Fingerhut »Digitalis« weist auf eine ähnliche Herkunft hin. Als Gegenstück wird »analog« seit dieser Zeit im Sinne von »kontinuierlich« verwendet. Vgl. Michael Rottmann: *analoge & digitale Bilder*, Examensarbeit, Stuttgart 2002, 7–18.

[7] Nelson Goodman charakterisiert in seinen Betrachtungen zur Differenz der Begriffe »analog« und »digital« ein digitales Notationssystem derart. Vgl. Nelson Goodman: *Sprachen der Kunst, Entwurf einer Symboltheorie*, Frankfurt ²1998, 134, 154.

Wie bei klassischen Theateraufführungen sind die digitalen Bilder den literarischen Quellen verpflichtet. Ein Text, in diesem Fall der Datensatz, wird interpretiert und inszeniert. Das Aussehen des Bildes wird dabei nicht nur durch den vorliegenden Datensatz bestimmt, ebenso von Bedeutung sind der Regisseur und die Bühne, das Programm, das interpretiert, und die Oberfläche, auf der es auftritt. Die Differenz zwischen Vorlage und Reproduktion ist aber ein generelles Phänomen von Reproduktionsmedien.[8] Bei den digitalen Bildern führt diese Differenz zwischen »sichtbarer Oberfläche« und »bearbeitbarem Untergrund« zu einer doppelten Existenz.[9] Um die Differenz zu minimieren, wurden verschiedene Dateiformate und auch Bildformate eingeführt, indem der originäre Code um einen Metacode ergänzt wurde, so dass das interpretierende Programm instruiert wird, wie es den eigentlichen neutralen Code deuten soll. Dennoch sind die Erscheinungen aus den oben bereits genannten Gründen häufig unterschiedlich, denn die Rahmenbedingungen sind nicht immer dieselben. Auf der Code-Ebene, in der »Unterwelt«, gibt es verschiedene Repräsentationsformen des digitalen Bildes, da in numerischer Repräsentation[10] beliebige mathematische Verfahren, wie zum Beispiel Kompressionsverfahren, für die Umwandlung der Bilddaten angewandt werden können. Dies geschieht aber sozusagen »unterirdisch«, und bleibt an der Oberfläche für den Betrachter der elektronischen, flüchtigen Bilder unbemerkt. Nach dieser kurzen Rekapitulation von Allgemeingut soll nun die Vorgeschichte erzählt werden.

Die Vorgeschichte des Konzeptes des digitalen Bildes, verstanden als gerastertes, quantifiziertes und rechenbares Bild, lässt zwei Hauptstränge erkennen. Es ist erstens die Geschichte des Netzes, des Rasters und des Koordinatensystems und deren Anwendung auf Bilder und zweitens die Geschichte der Koordinatengeometrie. Ich möchte die beiden Stränge in einem assoziativen Streifzug zurückverfolgen und den Schwerpunkt auf die Entwicklung der Koordinatenmethode im 17. Jahrhundert legen, da dieser Zeitpunkt der Verflechtung von Geometrie und Algebra einen Qualitätssprung im Umgang mit Koordinatensystemen markiert.

---

8 Tertiäre Medien benötigen den Einsatz von Technik auf der Produktions- und Rezeptionsseite (Druck, Fotographie). Vgl. Werner Faulstich: *Grundwissen Medien*, München [4]2000, 21.

9 Vgl. Frieder Nake: »Das doppelte Bild«. In: Margarete Pratschke (Hrsg.), *Bildwelten des Wissens – digitale Form*, Kunsthistorisches Jahrbuch für Bildkritik, Band 3,2, Berlin 2005, 40–50; hier: 47.

10 Denn Ziffern sind Symbole, also nicht körperliche Entitäten. Vgl. Wolfgang Coy: »Analog/Digital«. In: Martin Warnke, Wolfgang Coy, Georg Christoph Tholen (Hrsg.):*Hyperkult II, Zur Ortsbestimmung analoger und digitaler Medien*, Bielefeld 2005, 15–26; hier: 21.

Netz, Raster & Co(ordinatensystem)

Das Netz und das Raster stellen eine Art Zerlegung ohne das Vermögen der Adressierung dar. Bei einem Raster sind die Abstände der Rasterlinien äquidistant und deren Anordnung und die erzeugte Unterteilung regelmäßig. Dagegen ist die exakte metrische Ausformung des Netzes nicht relevant, ein Netz ist also eine topologische Struktur, wobei man das Raster als Spezialfall des Netzes verstehen könnte. Während mit dem Raster ein »Dazwischen« erzeugt wird, spielen im Netz, gerade in Ordnungssystemen, die Knoten die entscheidende Rolle, deren Relationen durch entsprechende Verbindungen, wie gerichtete Pfeile, angezeigt werden.[11] In beiden Fällen, durch das »Überwerfen« von Netzen oder die Verwendung eines Rasters, werden die Landkarten oder allgemein die Bilder segmentiert.

Für die präzisere und effizientere Bezeichnung und Lokalisierung von Orten in den Karten und Bildern war es notwendig, die so erzeugten Gebiete zu bezeichnen. Dies konnte durch ein Koordinatensystem, ein Bezugssystem, geschehen. Die Einführung von Koordinaten erlaubte die systematische und direkte Adressierung in der Karte oder im geometrischen Bild. Im zweidimensionalen Fall kann die Lage eines Punktes in der Ebene durch die Angabe seiner Abstände von zwei festen, zumeist zueinander senkrechten Geraden, den Achsen des Koordinatensystems, beschrieben werden. Koordinatensysteme dienen der räumlichen Orientierung und daher ist es nahe liegend, dass sie in der Geometrie, Kartographie und Geodäsie entwickelt wurden – Disziplinen, die für die Beschreibung, Vermessung und Transformation des Raumes erdacht wurden. In der Geometrie wurde die mathematische Theorie des Raumes und der Lage von Objekten zueinander und der zugehörige Begriffsapparat erschaffen. Die Geodäsie ermöglichte die Anwendung dieser Verfahren in der Landvermessung, und die Kartographie widmete sich der Herstellung von Karten[12] und damit der Aufgabe, gekrümmte räumliche Regionen der Erd- oder

---

11 Die Verwendung bzw. das Überstülpen der Begriffe »Netz« und »Raster« auf ältere Sachverhalte stellt vielleicht eine unhistorische Vorgehensweise dar, scheint mir aber an dieser Stelle sinnvoll. Zur Kulturgeschichte des Netzes vgl. Sebastian Gießmann: *Netze und Netzwerke – Archäologie einer Kulturtechnik*, Bielefeld 2006.

12 Unser heutiges Wort »Karte« ist ursprünglich vom griechischen Wort »χαρτης« abgeleitet, womit ursprünglich das getrocknete Blatt gemeint war, auf welchem geschrieben oder gezeichnet wurde. Aus lateinisch »charta« und französisch »carte« wurde zunächst in Portugal »cartes« für Landkarten verwendet. Lorenz Fries (1490–1530) soll den Begriff 1525 in die deutsche Umgangsprache eingeführt haben und seit dem 17. Jahrhundert wird der Begriff »Landkarte« gebraucht. Vgl. Oswald Dreyer-Eimbcke, *Die Entdeckung der Erde. Geschichte und Geschichten des kartographischen Abenteuers*, Frankfurt am Main 1988, 16, sowie *Duden – Band 7, Herkunftswörterbuch der deutschen Sprache*, 2., völlig neu bearb. und erw. Aufl., hrsg. von Günther Drosdowski, Mannheim u.a. 1989.

Wasseroberflächen verkleinert auf eine ebene Fläche zu übertragen und auf dieser darzustellen.

Schon in der antiken Geometrie, im 4. Jahrhundert vor unserer Zeitrechnung, kannten die Griechen algebraische Beschreibungen für spezielle geometrische Figuren. Sie hatten bei der Untersuchung von ebenen Kurven wie der Ellipse erkannt, dass es möglich ist, die Punkte, die auf ihr liegen, mit Gleichungen zu beschreiben.[13] In der Geodäsie mussten Landstriche zu Grundstücken vermessen werden, um dann eine Katasterkarte, ein Verzeichnis von Grundstücken, anzulegen. Diese wurde für die Klärung von Eigentumsverhältnissen oder für die Rekonstruktion der häufig rechteckigen Felder verwandt. Die von Überschwemmungen geplagten Babylonier kannten ein heuristisches Verfahren, um rechte Winkel zu konstruieren. Ein Seil wurde in Abschnitte mit drei, vier und fünf Längeneinheiten eingeteilt und zu einem Dreieck ausgelegt, dessen eine Ecke nun einen rechten Winkel besaß.[14] So konnte die (gedacht ebene) Erdoberfläche in rechteckige Parzellen eingeteilt und in ein Gitternetz eingewickelt werden. Städte wurden mit Modulen geplant, und es entstanden gerasterte Stadtentwürfe.

Die entscheidenden Schritte für die Entwicklung des Koordinatensystems spielten sich zunächst in der Kartographie ab. Für Reisen zu Lande und zu Wasser wurden Land- und Seekarten angefertigt. Andere Karten, häufig Weltkarten (»mappae mundi«), dienten der Repräsentation, der Machtausübung oder auch Lehrzwecken und waren für praktische Zwecke unbrauchbar. Mit der Vermessung der Welt wurde aus der »terra incognita« ein neuer Teil der »Oikumene«, und Schritt für Schritt entwickelten sich mit neuen Karten Elemente und Konzepte von sich ändernden Koordinatensystemen. Der Begriff der geographischen »Breite« wurde möglicherweise von Herodot (ca. 484–425 v.Chr.) geprägt, an anderer Stelle wird Demokrit (450–360 v.Chr.) als derjenige genannt, der »Länge« und »Breite« als geographische Bezugsgrößen einführte.[15] Aristoteles (384–322 v.Chr.) versuchte bei seinen meteorologischen Forschungen[16] eine Korrelation zwischen der Lage von Gebieten in der Oikumene und deren klimatischen Bedingungen herzustellen. Er unterschied von Nord nach Süd fünf Klimazonen, die sich

13 Vgl. Peter Schreiber, C. J. Scriba: *5000 Jahre Geometrie – Geschichte, Kulturen, Menschen, erster korrigierter Nachdruck*, Berlin, Heidelberg, New York 2002, 301.

14 Dies ist ein spezielles Tripel natürlicher Zahlen, welches den Satz des Pythagoras erfüllt. Vgl. Oskar Becker: *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Baden-Baden 1975, 20.

15 Vgl. Bollmann Jürgen, Wolf Günther Koch (Hrsg.): Artikel »Kartographiegeschichte«. In: *Lexikon der Kartographie und Geomatik, Zweiter Band – Karto bis Z*, Heidelberg, Berlin 2002.

16 Den Begriff der Meteorologie, der Physik der Atmosphäre, prägte Aristoteles durch sein ebenso betiteltes Werk. Vgl. Ernst Grumach (Hrsg.): *Aristoteles – Werke in deutscher Übersetzung*, Band 12, Meteorologie / Über die Welt, Darmstadt 1970.

in späteren Zonen-Weltkarten eingezeichnet finden und verstärkte dadurch die Idee der geographischen »Breite«.[17] Es scheint Einigkeit darüber zu herrschen, dass Dikaiarchos von Messene (ca. 350–290 v.Chr.), ein Schüler von Aristoteles, die Einführung einer Orientierungslinie in Karten empfahl, die von Westen nach Osten von Gibraltar durch die Säulen von Herakles über die Insel Rhodos bis nach Persien verlief.[18]

Die Einführung eines rechtwinkligen Koordinatensystems wird Erathostenes von Kyrene (276?–194? v.Chr.) zugeschrieben. Er führte eine archimedische Zylinderprojektion mit rechtwinkligem Koordinatennetz durch und schlug gleichzeitig vor, die Zahl der Orientierungslinien zu vergrößern, wobei die Abstände nicht regelmäßig waren, sondern durch markante geographische Punkte bestimmt wurden. Dieses System aus Parallelkreisen und Meridianen wurde möglicherweise von Strabon (64/63 v.Chr. – 20 n.Chr) als Grundlage für seinen Entwurf einer Weltkarte (Abb. 1) verwendet.[19] Marinos von Tyros (um 114 n.Chr.) versuchte das Koordinatennetz der Erde und die Projektionsverfahren mathematisch zu beschreiben. Hipparchos führte die Gradeinteilung (360°) ein und unterteilte damit das Koordinatennetz in gleiche Abstände bezüglich der geographischen »Länge«. Nun gab es ein Gitternetz, das die Erdoberfläche und deren Bild rasterte und die exakte Bestimmung von Orten zuließ.[20] Im Gegensatz dazu war die Welt zuvor in ein Koordinatennetz gewickelt gewesen, dessen Orientierungslinien willkürlich gelegt und nicht äquidistant waren. Klaudios Ptolemaios (um 85–160 n.Chr.) schuf mit seiner *Geographeía Hyphegesis* (»geographische Anleitung zur Anfertigung von Karten«) ein Kompendium des geographischen Wissens seiner Zeit, das aus acht Büchern bestand und für Hunderte von Jahren als Standardwerk galt. Darin gibt er drei alternative Anleitungen mathematischer Projektionsverfahren für

---

17 Noch im 15. Jahrhundert wurde die Zonen-Weltkarte von Sacrobustus Opusculum gedruckt, in der die kalten, die gemäßigten und die heiße Klimazone eingezeichnet sind. Vgl. Leo Bagrow: *Die Geschichte der Kartographie*, Berlin 1951, 30 bzw. Leonard Mlodinow: *Das Fenster zum Universum. Eine kleine Geschichte der Geometrie*, Frankfurt am Main, New York 2001, 70.

18 Es ist nicht geklärt, ob Strabon eine Karte angefertigt hat. Vgl. Bagrow 1951 (wie Anm. 17), 21.

19 Vgl. Schreiber, Scriba 2002 (wie Anm. 13), 83f.

20 In einem anderen Zusammenhang fand im 8. Jahrhundert der Schritt vom Raster zum Koordinatensystem statt. In dieser Zeit führten die Araber die algebraische Notation im Schachspiel ein. Die 64 Spielfelder wurden nun mit den Buchstaben »A« bis »H« und den Zahlen »1« bis »8« bezeichnet. So gesehen gibt es Spiele die sich auf Netzen abspielen, wie Mühle, man setzt Steine auf die Knotenpunkte und bewegt diese entlang der Netzverbindungen, Schach hingegen wird auf den Feldern, den Zwischenräumen gespielt, es wäre also eher als Rasterspiel zu bezeichnen. Zur Einführung der algebraischen Notation durch die Araber vgl. Klaus Lindörfer: *Großes Schach-Lexikon, Geschichte, Theorie und Spielpraxis von A-Z*, München 1991.

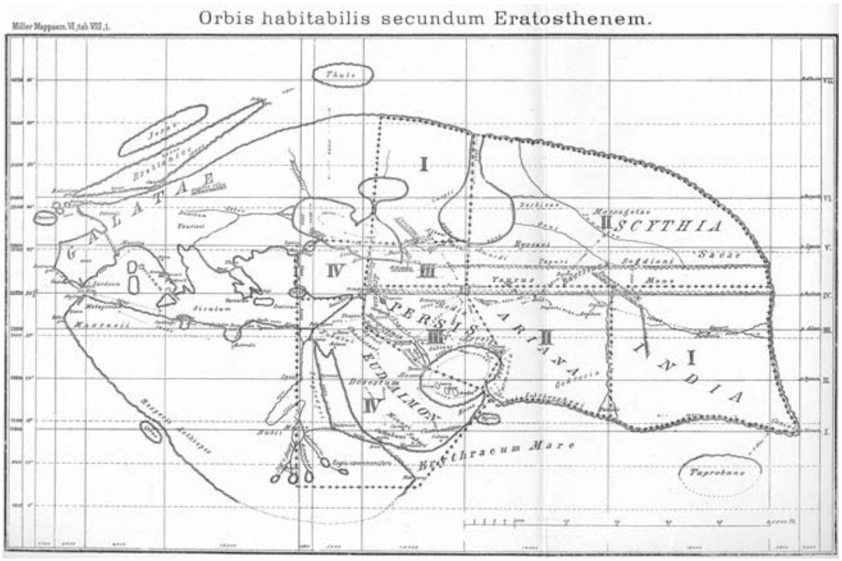

Abb. 1: Rekonstruierte Karte von Eratosthenes, Oikumene im rechtwinkligen Koordinatennetz, 1898.

die Herstellung von Landkarten an. Er griff auf das Wissen des Marinos zurück und verbesserte dessen Zylinderprojektion, die er wegen der starken Verzerrungen in den Polgebieten kritisierte, zu einer Kegelprojektion. In der *Geographeía* finden sich neben Weltkarten die so definierten Längen- und Breitenkoordinaten von 8100 Orten.

In der Renaissance wurden ebenfalls Bilder gerastert, nun in der Bildenden Kunst. Das Raster in Form eines gleichmäßigen Gitternetzes taucht im Zusammenhang mit der Malerei auf. Zum einen im Bild selbst und zum anderen für die Herstellung der Bilder. Der Humanist und Patrizier Leon Battista Alberti (1404–1472) greift in seinem Traktat *de Pictura*[21], die Erkenntnisse um die Zentralperspektive des Florentiner Baumeisters Filippo Brunelleschi (1377–1446) auf, die dieser in seiner experimentellen Beweisführung um 1425 gewinnen konnte.[22] Alberti wollte die Malerei

21 Die Abhandlung *De Pictura* (»Die Malkunst«) wurde in lateinischer und später altitalienischer Sprache (»Della Pittura«) veröffentlicht. Vgl. Alberti Leon Battista: *Das Standbild. Die Malkunst. Grundlagen der Malerei*, hrsg. von Oskar Bätschmann und Christoph Schäublin, Darmstadt 2000.

22 Ein zentrales Argument von Samuel Edgerton für die Entstehung der Linearperspektive um 1425 in Florenz ist der »Auftritt der Kartographie«, das Auftauchen der bis dahin im Westen unbekannten *Geographia* des Ptolemaios. Vgl. Samuel Edgerton: *Die Entdeckung der Perspektive*, München 2002, 86.

auf wissenschaftliche, vor allem mathematische Grundlagen stellen und erläutert in seinem Traktat unter anderem die Methode der Darstellung eines gerasterten Bodens (»Pavimento«).[23] Diese Fußbodenrasterung – auch hier wird der Boden wie in der Kartographie gerastert – dient als Konstruktionshilfe für die Komposition des Bildbodens und damit des gesamten Bildraumes und ist in vielen Gemälden der Frührenaissance zu erkennen.

Alberti liefert eine Definition des Bildes als zweidimensionale Fläche, durch die man wie durch ein Fenster sieht (»perspicere«) und die einen Schnitt durch die Sehpyramide darstellt. Im zweiten Buch des Traktates *de Pictura* erläutert er eine Methode, die diese Fenstersituation nachbildet und dem Maler das Anfertigen von Gemälden erleichtern soll. Es handelt sich dabei um ein Fadengitter, Alberti spricht von einem Schleier (»velo« oder »velum«), der aus dickeren Fäden besteht, die auf einen Rahmen gespannt werden und diesen in beliebig viele Quadrate einteilen. Durch dieses Raster kann der Künstler auf das abzubildende Sujet blicken und dieses auf die Bildfläche übertragen. Das Verfahren legt den Betrachterpunkt fest und führt so zu einer objektiveren, weil nachprüfbaren, illusionistischen Darstellung. Für Jahrhunderte sollte die Technik der Rasterung bei der Kopie von Gemälden dienen. Das Raster als Gitternetz diente wie in der Kartographie als Möglichkeit der Übertragung, konnte doch so eine Gesamtheit stückweise abgebildet werden. Auch Albrecht Dürer (1471–1528) greift in seinem Künstlerbuch *Underweysung der Messung mit Zirkel und Richtscheyt*, das zuerst 1525 in Nürnberg erschienen ist, die Idee der Rasterung des Bildes auf. Gemeinsam mit Jacob Keser entwickelt er verschiedene Apparaturen, um die Übertragung zu mechanisieren und liefert Illustrationen zur Vorgehensweise mit.[24] In dieser Zeit entstehen viele andere Musterbücher von Autoren wie Paulus Pfinzing oder Peter Halt, in denen der Bau und die Verwendung der Geräte für die Perspektivkonstruktion erläutert werden.

Wie gut das Koordinatensystem zur Beschreibung von Raum und zur Orientierung in selbigem verwendet werden kann, schlägt sich auch in der Planung von Städten nieder. Im frühen 17. Jahrhundert wurde die Innenstadt von Mannheim als gitterförmiges Straßennetz geplant, wie es bereits in der Antike geschehen war. Die heute übliche Bezeichnung der Quadrate mit

[23] Eine stärkere mathematische Durchdringung der perspektivischen Konstruktion lieferte Piero della Francesca (um 1420–1492), der mit dem Mathematiker Luca Pacioli zusammenarbeitete, in seinem Künstlerbuch *De prospectiva pingendi* (um 1474). Piero konzentriert sich aber auf die Konstruktion von Polyedern und beschreibt keine Apparaturen.

[24] Illustrationen wie »Der Zeichner der Laute« oder »Der Zeichner des sitzenden Mannes« sind mittlerweile im kollektiven Bildgedächtnis. Vgl. Erwin Panofsky: *Das Leben und die Kunst Albrecht Dürers*, München 1977, 336.

Buchstaben und Ziffern wurde im Jahr 1811 eingeführt. Noch heute sind die Straßen in der Innenstadt in Blöcke aufgeteilt, und so findet sich das Rathaus in »E5« der »Quadratstadt«.[25] Auch andere Städte wie Karlsruhe, die Fächerstadt, oder der Stadtteil Manhattan in New York haben ihre innere städtebauliche, strukturelle Logik.

Koordinatengeometrie

Im 17. Jahrhundert entwickelten Pierre de Fermat (1601–1665) und René Descartes (1596–1650) unabhängig voneinander die »Koordinatengeometrie« und dies gilt üblicherweise als Geburtsstunde der »Analytischen Geometrie«. Die »Koordinatengeometrie« gestattete die Berechenbarkeit von geometrischen Figuren, also von mathematischen Bildern. Das zugehörige Kartesische Koordinatensystem ist nach heutigem Verständnis ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit äquidistanter Unterteilung der Achsen. Es wurde nach Descartes' latinisierten Namen Renatus Cartesius benannt, ist aber im strengen Sinn nur von ihm angedacht worden, denn es wurde in voller Blüte erst später von Isaac Newton (1643–1727) eingeführt. Vorläufer wie Nicole Oresme[26] beschrieben bereits im 14. Jahrhundert Verfahren für die Darstellung funktionaler Zusammenhänge, diese waren aber qualitativer Art und ließen noch keine exakte Berechnung und folglich keine algebraische Übersetzung zu. In gewisser Hinsicht gibt es eine Verbindung zwischen der graphischen Darstellung funktionaler Zusammenhänge und Koordinatensystemen. Diese werden heute üblicherweise in Koordinatensystemen dargestellt, denn die zwei Achsen sind bestens dafür geeignet, die beiden Größen, die einander zugeordnet werden sollen, aufzunehmen und zeigen dann anschaulich den Verlauf als Kurve oder besser gesagt als »Graph« der zugehörigen Funktion. Es ist umstritten, welchen Beitrag Oresme zur Entwicklung der Koordinatengeometrie geleistet hat und ob er als Vorläufer gelten kann, weil sich weder Fermat noch Descartes auf

---

25 »E5« erinnert an die algebraische (Kurz-)Notation im Schachspiel, also den Bauernzug E7–E5 des Spielers mit den schwarzen Figuren. Mit diesem Gegenzug auf E2-E4 werden die »offenen Spiele« im Schach eröffnet.

26 Doktor Nicole Oresme (etwa 1323–1382) lehrte von 1348–1361 am Collège Navarre in Paris und war dann ab 1377 Bischof in Lisieux. Er war einer der ersten, der wissenschaftliche Literatur in französischer Sprache abfasste, er trat ebenso als Übersetzer wissenschaftlicher Texte in dieselbe hervor und hat dabei die Terminologie erheblich erweitert. In seiner mathematischen Forschung beschäftigte er sich unter anderem mit der »Verhältnislehre« und der »Intensität der Formen«. Vgl. Adolf P. Juschkewitsch: *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*, Leipzig 1964, 401.

dessen Arbeiten explizit beziehen und der Vordenker Oresme noch nicht von Koordinaten spricht.[27]

In seinem *Tractatus de latitudinibus formarum* beschäftigt sich Oresme im Umfeld der mittelalterlichen Physik mit der »Konfiguration der Qualität«, der stetigen Veränderung von Qualitäten, wie sie bei Geschwindigkeitsveränderungen von Bewegungsabläufen oder Temperaturveränderungen in der Zeit auftreten.[28] Für die anschauliche Darstellung dieser Sachverhalte fand er verschiedene qualitative Graphiken, wobei er lineare, flächenhafte und körperliche Qualitäten unterschied: das Rechteck repräsentierte den gleich bleibenden Zustand, ein gleichschenkliges Dreieck die gleichförmig zunehmende und abnehmende Änderung eines Zustandes. Flächenhafte Qualitäten sollten durch Körper mit ebener Grundfläche dargestellt werden und für körperliche Qualitäten fand er keine anschauliche Darstellung, da er vor dem vierdimensionalen Raum zurückschreckte.

Systematisch verwendete er elementare geometrische Figuren, also mathematische Bilder und erwähnt deren gewinnbringenden Nutzen: »[…] in den übrigen Dingen erkennt man das Maß oder das Verhältnis dadurch, daß man Punkte, Linien und Flächen mit diesen Dingen verstandesmäßig in Beziehung setzt«.[29] Er beschreibt auch, wie die Umsetzung zu geschehen habe: die Intensität sei durch Linien wiederzugeben, die man in den Punkten der die Extensität charakterisierenden Gerade anlegt. Die Größe der Veränderung sollte also im zugehörigen Punkt durch eine Linie angelegt werden, wobei Oresme die eine Größe »Breite« (latitudo) und die andere »Länge« (longitudo) nennt.[30] Über eine mögliche Gleichung der entstehenden Intensitätslinie macht er aber keine Aussage.[31] Oresmes befand sich mit seinen Gedanken an der Schwelle zur analytischen Geometrie von Descartes und Fermat, denn im Keim trägt seine Arbeit die Idee der graphischen Darstellung funktionaler Zusammenhänge. Umso mehr ist es verwunderlich, dass sich beide nicht auf Oresme beziehen. Die Abhandlung von Oresme stellt in jedem Fall eine nennenswerte Station in der Geschichte des Bildes in der Mathematik dar, denn er erfindet eine frühe qualitative Visualisierungsmethode für funktionale Zusammenhänge.

Im Jahre 1637 erschien das philosophische Hauptwerk von René Descartes[32], der *Discours de la Méthode*, das um drei Anwendungs-

---

27 Vgl. Adolf Krazer: *Zur Geschichte der graphischen Darstellung von Funktionen*, Karlsruhe 1915, 20 sowie Juschkewitsch 1964 (wie Anm. 26), 412f.

28 Vgl. Juschkewitsch 1964 (wie Anm. 26), 402.

29 Zitiert nach ebd., 405f.

30 Vgl. ebd., 406.

31 Vgl. ebd., 412.

32 René Descartes (1596–1650) führte nach einer Ausbildung am Jesuitenkloster »La Flêche« das Leben eines Privatiers, beschäftigte sich mit der Rechtswissenschaft und erwarb darin

beispiele[33] ergänzt war. Eines dieser Beispiele ist die *Geometrie*, die ein Schlüsselwerk für die analytische Geometrie darstellt.[34] Gleich zu Beginn des ersten der drei Bücher der *Geometrie* führt Descartes algebraische Größen, Operationen und ihre geometrischen Deutungen ein.[35] Er stellt zwischen Geometrie und Algebra eine Verbindung her, indem er die arithmetischen Methoden der Algebra auf die Geometrie anwendet: »Und gleichwie sich die Arithmetik nur aus vier oder fünf Operationen zusammensetzt, nämlich aus den Operationen der Addition, der Subtraktion, der Multiplikation, der Division und des Ausziehens von Wurzeln […], so hat man auch in der Geometrie, um die gesuchten Linien so umzuformen, dass sie auf Bekanntes führen, nichts anderes zu tun, als andere Linien ihnen hinzuzufügen oder von ihnen abzuziehen« und weiter »Und ich werde mich nicht scheuen, diese der Arithmetik entnommenen Ausdrücke in die Geometrie einzuführen, um mich dadurch verständlicher zu machen.«[36]

Descartes hat also die Idee, die geometrischen Probleme durch die Wahl einer Einheitsstrecke sukzessive algebraisch zu beschreiben und dann mit diesen erhaltenen Größen zu rechnen, die geometrischen Sachverhalte mit den Werkzeugen der Arithmetik zu bearbeiten. Indem er geometrische Probleme algebraisiert und sie in dieser Form löst, stellt er eine Verbindung zwischen der Geometrie und der Algebra her. Sein eigentlicher Beitrag zur Koordinatenmethode bestand aber darin, diese von zwei antiken Beschränkungen zu befreien. Zum einen durfte die Dimension bis dato höchstens räumlich sein[37], denn eine Gleichung der Form $ax^2y=bxy^2$ war zulässig, konnte aber nicht angemessen anschaulich dargestellt werden, da die dritte Dimension überschritten wurde. Descartes löste das Problem wie folgt: er wählte eine feste Strecke e als Einheit, nun konnte er jedes Rechteck ab (Produkt) flächengleich in ein Rechteck ce verwandeln und dann die Strecke c als Repräsentanten der Größe ab benutzen. Da sich dieser Kunstgriff beliebig wiederholen ließ, konnte man das Produkt von be-

---

auch das Baccalaureat und Lizenziat. Vgl. Hans Wußing, Wolfgang Arnold (Hrsg.): *Biographien bedeutender Mathematiker – Eine Sammlung von Biographien*, Köln 1978, 167ff.

33 Der »Discours« ist um drei Anhänge (Anwendungsbeispiele) ergänzt: »la dioptrique« (Dioptrik), »les météores« (Meteore) und »la géométrie« (Geometrie).

34 Wobei Descartes bereits in seiner Jugendschrift *Regulae ad directionem ingenii* (Regeln zur Leitung des Verstandes, posthum gedruckt) aus dem Jahre 1628 die geometrische Algebra als Leitfaden für sicheres Wissen herausstellt und die Idee für die Algebraisierung der Geometrie äußert. Vgl. Schreiber, Scriba 2002 (wie Anm. 13), 305.

35 In den drei Büchern der »Geometrie« behandelt er diverse Problemstellungen der antiken Geometrie, die mit Geraden- und Kreiskonstruktionen lösbar sind, sowie mit dem Tangentenproblem.

36 René Descartes: *Die Geometrie*, Deutsch von L. Schlesinger, Berlin 1894, Reprint: Darmstadt 1969, 1.

37 Wir hatten die Problematik bei Oresme und den körperlichen Qualitäten gesehen.

liebig vielen Streckengrößen auf eine Strecke herunter transformieren, und es konnten nun auch höherdimensionale Probleme bearbeitet werden (Abb. 2). Zum anderen befreite er die Gleichungen von den bis zu diesem Zeitpunkt notwendigen Homogenitätsforderungen: eine Gleichung der Form $ax^2+bx+c=0$ war unsinnig, da verschiedene Dimensionen miteinander addiert werden sollten.

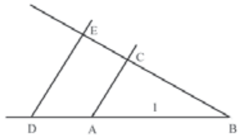

Abb. 2: Die geometrische Multiplikation nach Descartes.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass unter den Zeichnungen in Descartes' *Geometrie* kein kartesisches Koordinatensystem nach heutiger Vorstellung zu finden ist. Die »Koordinatensysteme« bestehen aus beliebig winkligen Geraden-, Strecken- und Tangentensystemen.[38] Das nach ihm benannte ebene Koordinatensystem mit senkrechten Koordinatenachsen hat Descartes nicht entwickelt und man muss davon Abstand nehmen, dieses reflexartig mit ihm in Verbindung zu bringen, wie es in vielen Lexika geschieht. Sein Zeitgenosse Pierre de Fermat[39] beschäftigte sich mit Studien antiker mathematischer Schriften, die er zu rekonstruieren versuchte. Dabei konnte er von der mittlerweile, vor allem durch Francois Viète (1540–1603), gut entwickelten Algebra und deren Notation profitieren.

Fermat geht den umgekehrten Weg wie Descartes. Die algebraische Gleichung ist Ausgangspunkt, und er findet eine Visualisierungsmethode, um diese zu veranschaulichen oder zu »versinnlichen«, wie er selbst sagt. In seiner Schrift *Ad locos planos et solidos isagoge*[40] (Einführung in die ebenen und körperlichen Örter) formuliert Fermat erstmals dieses wichtige Prinzip der analytischen Geometrie: »Die Gleichungen kann man aber bequem versinnlichen, wenn man die beiden unbekannten Größen

---

38 Vgl. Klaus Mainzer: *Geschichte der Geometrie*, Mannheim, Wien, Zürich 1980, 98 und auch Erhard Behrends: *Das kartesische Koordinatensystem stammt nicht von Descartes*, in: Die Welt, 43–08, vom 21.02.2005, 31.

39 Pierre de Fermat (1601–1665) war Jurist am obersten Gerichtshof in Toulouse in Frankreich. Als Jurist betrieb er sozusagen aus Liebhaberei mathematische Studien. Das Interesse von Fermat galt der Aneignung der antiken Mathematik, er versuchte verloren gegangene Schriften von Euklid (ca. 360–ca. 290 v. Chr) und Apollonios von Perge (ca. 260–ca. 190 v.Chr.), insbesondere das achte Buch von dessen Kegelschnittslehre »conica« inhaltlich wiederherzustellen. Vgl. Wußing 1978 (wie Anm. 32), 154ff. Berühmt wurde er durch sein »Letztes Theorem« oder »den Großen Fermat«, ein Theorem, für welches Fermat die Existenz eines Beweises vorgab, diesen aber nicht angegeben hat. Andrew Wiles gelang es Anfang der 90er Jahre einen Beweis mit modernen Mitteln der Mathematik zu führen.

40 Die Abhandlung wurde erst aus dem Nachlass herausgegeben und erschien 1679 im Druck, sie ist wohl vor dem Jahr 1637 niedergeschrieben worden, dem Jahre des Erscheinens von Descartes' *Discours de la méthode*, demnach würde Fermat das zeitliche Primat zukommen. Vgl. Wußing 1978 (wie Anm. 32), 157.

in einem gegebenen Winkel (den wir meist gleich einem Rechten nehmen) aneinandersetzt und von der einen die Lage [Abszisse] und den einen Endpunkt [Ordinate] gibt.«[41]

Jedes Paar von Variablen (»unbekannten Größen«) beschreibt die relative Lage eines Punktes bezüglich eines zumeist rechtwinklig gewählten Koordinatensystems, die durch die Abstände von den beiden Achsen bestimmt wird. In Folge ergibt sich durch jede sinnvolle algebraische Gleichung zwischen zwei Variablen »x« und »y« eine Punktmenge in der Ebene, die man dann auf geometrische Eigenschaften untersuchen kann. Es konnten zum Beispiel Abstände zwischen Punkten berechnet werden. Die Distanz konnte auch schon in der Antike näherungsweise bestimmt werden, durch Abzählen der Rasterkästchen, die gleichgroß waren, aber nun konnte dies exakt und effizienter, weil arithmetisch, berechnet werden.

Die Methode von Fermat hatte weit reichende Konsequenzen. Das Verfahren führte zu einer »Kalkülisierung der Geometrie«[42], und der wechselseitige Austausch von Kalkül und Bild wurde möglich. Es kann aber keine Rede von einem beginnenden Bilderschwund in der Mathematik sein, im Gegenteil, mit der Innovation der Koordinatengeometrie und der damit verbundenen Verflechtung des formelhaften Kalküls der Algebra und der graphischen Repräsentation der Objekte der Geometrie war die Tür für neue Bilder der Mathematik geöffnet worden. Die Erkenntnis war geboren, dass die Koordinatensysteme zur graphischen Darstellung beliebiger algebraischer Aussagen zu verwenden sind, also zur Visualisierung derselben. Dies ist eine Neuerung im Vergleich zur griechischen Geometrie. Denn nun war die Visualisierung, also die graphische Darstellung beliebiger algebraischer Gleichungen und Sachverhalte möglich geworden.

Erweiterung des Koordinatensystems

Weder Descartes noch Fermat verwenden in ihren Koordinatensystemen negative Abszissen und Ordinaten. Erst John Wallis (1616–1703) führte negative Koordinaten ein, als er sich 1655 mit Kegelschnitten beschäftigte und den positiven oder ersten Quadranten ergänzte. Das voll ausgebildete Koordinatensystem mit allen vier Quadranten, mit positiver und negativer

---

41 Zitiert nach: Pierre de Fermat: »Einführung in die ebenen und körperlichen Örter (Ad locis planis et solidis isagoge)«, hrsg. von Heinrich Wieleitner, Leipzig 1923, (*Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften* 208), 7.

42 Vgl. Sibylle Krämer, »Über das Verhältnis von Algebra und Geometrie in Descartes' Geometrie«, in: *Philosophia naturalis – Archiv für Naturphilosophie* 26, (1989), 19–40; hier: 24f.

Abszisse und Ordinate taucht erstmals in der *enumeratio* von Isaac Newton (1643–1727) auf, einer Klassifizierung aller Kurven dritter Ordnung aus dem Jahre 1676 (gedruckt 1704). Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) benutzte als erster die Begriffe »Abszisse« und »Ordinate« in einem Brief vom 27.8.1676 an Oldenburg und »Coordinate« und »Coordinatensystem« in einem Artikel der *Acta eruditorum* 1692 (oder 1694). Die Brüder Jacob und Johann Bernoulli sprachen zuerst von »cartesischen Koordinaten«.[43] Bald entstanden unterschiedliche Koordinatensysteme mit »sphärischen Koordinaten« oder »Polarkoordinaten«, die auf unterschiedliche Arten die Beschreibung von Positionen von Punkten darin erlauben. Der »Fürst der Mathematik« Carl Friedrich Gauß (1777–1855) erdachte später die »komplexe Zahlenebene«, indem er jeden Punkt der Koordinatenebene als komplexe Zahl auffasste, deren Real- und Imaginäranteil durch die Werte von Abszisse und Ordinate repräsentiert wurden. Mit diesem Schritt entmystifizierte er die imaginären Zahlen, weil diese nun »sichtbar« wurden und schuf gleichzeitig die Grundlage für die spätere Visualisierung fraktaler Mengen. Die Koordinatengeometrie war ebenso das Terrain, auf dem sich im 19. Jahrhundert die Differentialgeometrie entwickeln konnte. Gerade dieses Teilgebiet brachte viele neue geometrische Gebilde hervor und es wurden zunehmend Modellsammlungen wie die der Göttinger Universität aufgebaut.

Das digitale Bild als Visualisierungsstrategie (der Mathematik)

Der doppeldeutige Titel dieses Artikels, der auf die zirkuläre Situation anspielt, wird nun evident. Zum einen reifte das Konzept des digitalen Bildes in der Mathematik und deren Umfeld. Die Rasterung und das Koordinatensystem entfalteten sich vor allem in der antiken Geometrie und Kartographie, dabei wurden die verwendeten Koordinatensysteme und deren Gebrauch ständig verbessert. Die Entwicklung kulminierte in der »Koordinatengeometrie«, die eine bedeutende Visualisierungsstrategie darstellt.

Digitale Bilder, statisch oder dynamisch, stellen zum anderen eine bedeutende Visualisierungsstrategie in den Wissenschaften, respektive der Mathematik, dar, insofern sie Verwendung in der Forschung, in der Weiterentwicklung und bei der Verschiebung der Grenzen dieser Wissenschaften

[43] Vgl. Schreiber, Scriba, 2002 (wie Anm. 13), 307.

finden. Computervisualisierungen ermöglichen in den Wissenschaften Bilder von zuvor nicht bildhaften Phänomenen, denn die visuelle Kultur einer Disziplin ist immer gekoppelt an die visuellen Medien, derer sie sich bedienen kann. Die Visualisierung ist zu einer eigenen Wissenschaft geworden, und es werden neue Studiengänge und -zentren gegründet.

Die »Berechenbarkeit« der Bilder ist ein starker Vorteil, denn es können mathematische Verfahren für die Generierung und Verarbeitung der Bilder verwendet werden. Der Einsatz des Computers stellt auch in der Mathematik eine Zäsur dar und verändert die Bildpraxis dieser Disziplin.[44] Grafische Simulationen nutzen die Vorzüge des dynamischen Computerbildes gewinnbringend. Digitale Modelle finden Verwendung, weil diese, einmal entwickelt, leichter zu handhaben sind und heutzutage schnelle und komfortable Bilder von mathematischen Strukturen liefern. Mit Projektionsverfahren und mathematischen »Schnitten« können höherdimensionale Objekte dargestellt werden. Durch den Einsatz des Computers in der Mathematik können vielfältige neue Bilder entstehen. Allerdings gibt es auch Grenzen der Visualisierung, denn es gibt mathematische Strukturen, für die man bis dato keine adäquate Visualisierungsmethode gefunden hat.[45]

---

44 Manche Gebiete, wie die Numerik, erfuhren eine neue Blüte, und es waren von nun auch bildlose Computerbeweise möglich, wie der 1977 von Ken Appel und Wolfgang Haken für das Vierfarbenproblem erbrachte. Das Vierfarbenproblem behandelt die Frage, ob eine beliebige Landkarte mit vier Farben eingefärbt werden kann, so dass jedes mit einer Farbe markierte Land kein Nachbarland derselben Farbe besitzt.

45 In einem Interview mit Prof. Wolfgang Kühnel (Institut für Geometrie und Topologie der Universität Stuttgart) am 19. Mai 2005 konnte ich erfahren, dass zum Beispiel spezielle algebraische Strukturen wie »Gruppen« noch nicht visualisiert werden können.

Ingeborg Reichle, Steffen Siegel, Achim Spelten (Hg.)

Verwandte Bilder

Die Fragen der Bildwissenschaft

Kulturverlag Kadmos Berlin

Berlin-Brandenburgische
Akademie der Wissenschaften

Eine Publikation der
Interdisziplinären Arbeitsgruppe *Die Welt als Bild*

Gedruckt mit Unterstützung der
Gerda Henkel Stiftung, Düsseldorf, sowie der Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Berlin und des Ministeriums für Wissenschaft, Forschung und Kultur des Landes Brandenburg.

Die Herausgeber danken den Leitern der Arbeitsgruppe
Christoph Markschies, Peter Deuflhard und Jochen Brüning.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische
Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar

Internet: www.kv-kadmos.com
Umschlaggestaltung: kaleidogramm, Berlin.
Gestaltung und Satz: kaleidogramm, Berlin
Druck: INTER ALIA
Printed in EU
ISBN (10-stellig) 3-86599-034-7
ISBN (13-stellig) 978-3-86599-034-1

Inhalt

III
Bild-Geschichten

IV
Bild-Medien