# Diskussion I

Jochen Brüning, der die Debatte leitet, eröffnet die Diskussion:

Angela Friederici: Ich würde gern das, was Manfred Bierwisch gesagt hat, ergänzen und vielleicht eine Brücke schlagen wollen zu dem, was Herr Gigerenzer gesagt hat. Mathematik und Sprache sind beide Produkte des Geistes. Ich denke, Sprache ist deshalb auch – oder vielleicht gerade deshalb – sehr gut mathematisch abbildbar und viceversa. Die These, daß die menschliche Fähigkeit eine ganz besondere ist, ist ja vor einiger Zeit wieder diskutiert worden, und man hat versucht, zu beanspruchen, daß diese menschliche Fähigkeit eigentlich zurückzuführen ist auf die Fähigkeit, rekursive Strukturen zu verarbeiten. Und solche rekursiven Strukturen finden wir natürlich in der Sprache, in der Mathematik, evtl. sogar in der Musik. Das kreative Handeln aber, denke ich, kann natürlich nicht durch dieses Regelsystem beschrieben werden, also in mathematischen Termini. Ich glaube, beim kreativen Handeln könnte es sein, daß Heuristiken ins Spiel kommen, die es erlauben vorauszusagen, wann und unter welchen Bedingungen bestimmte Äußerungen getätigt werden.

Heinz Duddeck: Wenn ich ein bißchen naiv fragen darf: Eigentlich, dachte ich, werden wir erfahren, ob die Mathematik in der Natur steckt oder ob die Mathematiker sie erst in die Welt hineinbrachten. Vor mehr als hundert Jahren (1883) stritten die Mathematiker, u. a. Cantor, Hilbert und Kronecker darüber, was Gott gemacht und was die Mathematik hinzugetan hatte. Und Kronecker hätte gesagt: „Gott schuf nur die ganzen Zahlen, alles andere ist Menschenwerk." Selbst die Zahl $\pi$ sei Erfindung der Mathematiker. Schon Galilei prägte so wunderschöne Sätze wie: „Mathematik, das ist die Grammatik des von Gott verfaßten Buches der Natur." Meine Frage: Findet man die Mathematik als Teil der Natur vor – also gefunden – oder ist sie erfunden? Ich will gar nicht weiterfragen: Warum eigentlich ist Naturverhalten mathematisierbar? In naiver Diktion also: War es Gott? Steckt es in der Physik? Oder interpretiert der Mensch Mathematik in etwas hinein, was im Grunde gar nicht mathematisch ist?

Reinhold Kliegl: Ich wollte ein kurze Anmerkung oder Ergänzung zu Herrn Gigerenzer machen. Man sollte sein Beispiel über das Fangen des Balls ja nicht so verstehen, daß wir nicht in der Lage wären, die Parabel eines Aufschlagpunktes eines Balles zu berechnen. In der Tat gibt es hierzu sehr erstaunliche Beispiele. Versetzen Sie sich in die Rolle eines Kricketspielers, der einen Ball treffen möchte, der auf ihn zugeworfen wird. Der Ball trifft bereits zwei, drei Meter vor dem Schläger auf den Boden und springt von dort auf den Schläger zu. Um den Ball zu treffen, muß er den Ball beim Abwurf für ganz kurze Zeit mit den Augen verfolgen, dann aber sehr schnell mit den Augen auf den antizipierten Auftreffpunkt gehen, weil er nur so genügend Zeit bekommt, den Schläger so auszurichten, daß der Ball getroffen werden kann. Und jetzt kann man vermuten: Ja, solche Leistungen sind uns angeboren. Es ist aber leider komplizierter, denn man kann zeigen, daß die Geschwindigkeit, mit der Sie den Blick von der Trajektorie des Balls auf den antizipierten Aufschlagpunkt bringen, abhängt von Ihrem Können im Kricketspielen. Das heißt, daß die Experten-Kricketspieler ihren Blick sehr viel schneller auf diesen antizipierten Aufschlagpunkt wenden und dadurch mehr Zeit zur Verfügung haben, den Schläger in die richtige Stellung zu bringen. Das bedeutet, daß es auch darauf ankommt herauszufinden, unter welchen Bedingungen welche Heuristiken angemessen sind. Das ist nur eine Ergänzung, nicht ein Widerspruch zu dem, was Herr Gigerenzer vorgetragen hat.

Peter Deuflhard: Ich habe Mühe, kein Gegenreferat zu dem Referat von Herrn Lucas zu halten, werde mich aber kurz fassen und im Vorbeigehen Ihre Frage beantworten: Was war denn nun zuerst, die Natur (und ihre modellhafte Beschreibung) oder die Mathematik? Wenn Sie mich fragen, ich denke mir Mathematik – wie alles, was Menschenwerk ist – als historisch gewachsenes Gebilde. Ich kann Ihnen Beispiele an den Fingern jeder Hand aufzählen, wo die Mathematik vor der physikalischen Beschreibung der Natur da war – und genauso viele, wo es umgekehrt war. Nehmen Sie das Beispiel von Herrn Huisken: Da war zunächst Riemann mit seiner Geometrie; erst anschließend hat Einstein uns die Physik dazu gelehrt. Allerdings sollte man auch nicht vergessen, daß Einstein in Princeton zwei Mathematik-Assistenten hatte, die ihm regelmäßig die mathematischen Fehler herausgezogen haben. Im Fall der Relativitätstheorie ging sicher die Mathematik der Physik voraus. Nehmen Sie ein anderes Beispiel für die Umkehrung: Dirac-Impulse. Der Physiker Dirac hat Spektren untersucht und hat dabei intuitiv etwas entwickelt, was wir heute Dirac-Maße nennen, oder auch Dirac-Distributionen. Da kamen die Mathematiker erst nachher, weil sie festgestellt haben, das ist ein interessantes, reiches Feld, und heute kann man dieses Objekt mathematisch sicher beherrschen. Ich will diese Linie jetzt nicht weiter führen, sondern meine These, daß Mathematik ein historisches Gebilde ist, mit einem dritten Beispiel veranschaulichen. Die wunderbare Graphik, die uns Herr Brüning am Anfang gezeigt hat, deckt trotz ihres Detailreichtums nur einen ganz kleinen

Teil ab. Zur Erläuterung meines Arguments lassen Sie mich jetzt mal einen Hut als Chinese aufsetzen: Als Chinese fühle ich mich nicht als ein individuelles Gegenüber der Natur, die Natur als Objekt betrachtend. Vielmehr ist die ganze Sprache, in der ich denke und in der ich spreche, in der ich nicht zuletzt schreibe, eine untrennbare Verknüpfung von mir und der Natur. In dieser gewählten Sichtweise habe ich größte Schwierigkeiten, die Natur als Objekt zu betrachten. Und deswegen finde ich mich dann in dieser wunderschönen und an sich schon so reichen Graphik trotzdem nirgends wieder. Ich glaube, wir haben ein Beispiel dazu in dem Vortrag von Herrn Gigerenzer gehört: Da kamen wir genau an diese Schwelle heran, wo plötzlich das Individuum als Teil der Natur erscheint – es ist kein Wunder, daß wir bei den Beispielen zur Partnerwahl alle gelacht haben. Hierzu hätte ich noch eine weitere mathematisch interessante Heuristik von meinem Vater beizutragen. Er hat mir einmal gesagt: Wenn du heiratest, dann schau dir die Frau gut an und überleg's dir gut; aber wenn du dir das im konkreten Fall erst gut überlegen mußt, dann laß es lieber. Sie sehen, wir kommen ins Paradox, und zwar in dem Moment, wo wir gezwungen sind, die gewohnte Trennung von Subjekt und Objekt aufzuheben und anfangen, in einer Sprachwelt zu denken, die diese Trennung nicht enthält. Zur Rolle der Mathematik in den Technikwissenschaften könnte ich mich umfangreicher äußern, was jedoch in diesem engen Diskussionsrahmen nicht geht. Ich fasse mich also kurz: Ich habe schon in sehr, sehr vielen Disziplinen der Technik als Mathematiker gearbeitet und dort immer wieder die Erfahrung gemacht, daß am Anfang der Untersuchung zu einem ingenieurwissenschaftlichen Problem die bewundernswerte Intuition des Ingenieurs steht; sie führt zum Fortschritt, aber dann hapert es im Detail. Allerdings kann das Detail auch ziemlich zentral sein. Nehmen Sie als Beispiel dieses große Kraftwerk, das uns Herr Lucas gezeigt hat, mit allen technischen Bausteinen, mit allen Simulationsmodulen. Auch hier geht es nicht ohne Systematisierung, ohne sehr, sehr saubere mathematische Modellierung. Dazu würde ich am liebsten sehr viel mehr sagen, weil ich auf diesem Gebiet intensiv über viele Jahre gearbeitet habe. Aber bevor ich nun doch noch in ein Korreferat verfalle, mache ich erstmal an dieser Stelle Schluß.

Martin Quack: Ja, die Beispiele von Herrn Gigerenzer sind sehr anregend, aber sie sind eigentlich genau das Gegenteil von dem, was wir besprechen, denn einen Ball fangen oder auch ein Stück Fleisch, das ihm zugeworfen wird, kann ein Hund auch. Dazu braucht man kein Mensch zu sein, auch keinen menschlichen Geist zu haben. Ein Stück Brot wird von einer Möwe sehr erfolgreich in der Luft gefangen – offenbar können die das. Ehepartnerwahl gibt es auch im Tierreich, das gehört wahrscheinlich auch in diese

Klasse von Vorgängen, die mit Mathematik nichts zu tun haben, wie wahrscheinlich auch Aktienkursschätzungen. Jetzt zur Frage: Wie kommt es, daß die Menschen einen Weg gefunden haben – den die Tiere eben nicht gefunden haben –, die Natur mathematisch zu beschreiben. Das ist etwas, das finden wir nur im menschlichen Bereich und nicht bei den Tieren. Und die Mathematik kann natürlich etwas, was richtige Lösungen bringt. Denn die Fragen über San Antonio und San Diego, die hatten natürlich eine richtige Lösung: Ich gehe zum Lexikon und schaue nach. Ein rationaler Mensch würde sich gar nicht auf das Schätzen einlassen. Wenn er es nicht weiß, sagt er: Ich weiß es nicht. Und wenn ich es wissen will, dann schau ich es nach, ich prüfe es nach. Die Mathematik erlaubt uns, Raketen auf den Mond zu schicken. Da wird nicht geschätzt, auf jeden Fall sollte man nicht versuchen, sich dem dann anzuvertrauen. Und jetzt kommt die Frage: Wie kommt es zu diesem besonderen Verhältnis des Menschen zur Natur mit der Mathematik? Ich denke, die Mathematik ist eine besondere Sprache, eine besondere Abbildung der Natur. Dies betrifft alle Bereiche – die Tiere und die Menschen, die versuchen die Natur irgendwie abzubilden, um mit dieser Methode der Abbildung etwas zu machen, letztlich: zu überleben. Und die Menschen haben eine Abbildung gefunden in der Mathematik, eine abstrakte Abbildung sehr hoher Präzision, die uns erlaubt, die Natur so abzubilden, daß das, was herauskommt, erstaunlich richtig ist. Das ist vielleicht das Bemerkenswerte. Und dann kommt man zur Frage: Was heißt das? Ist das jetzt eine Erfindung des menschlichen Geistes? Haben wir einen Weg gefunden? – Eigentlich ist das gar keine Trennung. Ich glaube, wenn wir das finden, dieses Bild als etwas von uns „Erfundenes" und nicht „Entdecktes", was schon vorher in der Natur vorhanden ist, dann müssen wir bedenken: das Bild ist immer gleichzeitig auch etwas, was ein Teil der Realität selbst ist. Ich glaube nicht, daß man wirklich sagen kann, ob man etwas entdeckt, wenn man mathematisiert oder ob man es erfindet. Ich glaube, die beiden gehören zusammen, nicht? Die abstrakte Abbildung ist ja selbst wieder ein Teil der Realität.

Eberhard Heinrich Knobloch: Ich möchte erst einmal auf Herrn Duddecks Frage antworten, und zwar mit der Antwort eines berühmten Mitgliedes dieser Akademie: Albert Einstein. Er hat 1921 über Geometrie und Erfahrung gesprochen und gesagt: Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und sofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit. Ich denke, an der Stelle haben wir doch keine Zweifel mehr, daß die Mathematik ein Erzeugnis des menschlichen Geistes ist. Ich würde gern, Herr Brüning, auf Ihre einleitenden Worte kurz mit vier Aspekten zu sprechen kommen, nämlich erstens: Mathematisierungen können auf verschiedene

Weisen vorgenommen werden. Ich finde, es ist ein sehr wichtiger Aspekt, wer oder was, welche Kriterien denn die Mathematisierung steuern? Das sind eben durchaus außermathematische Kriterien. Wenn wir in der Antike bleiben, die Sie ja herangezogen haben, da war man der Meinung, daß die erkennbar sich bewegenden Wandelsterne göttliche Körper sein müssen. Das wiederum bedeutet, daß ihnen nur göttliche Eigenschaften zukommen. Ungleichförmigkeit kann ihnen also zum Beispiel nicht zukommen. Demnach war klar, daß man nur kreisförmige Bahnen annehmen kann. Mit anderen Worten: Man hat von vornherein eine Einschränkung der mathematischen Möglichkeiten. Dies betrifft auch den großen Einstein, der sich bekanntlich mit der Stochastik der Quantenmechanik nie anfreunden konnte, so daß er an dieser Stelle hoffnungslos hinter der Entwicklung der modernen Physik zurückgeblieben ist. Und mit diesen steuernden Kriterien hängt zweitens zusammen, was sie „Rettung der Phänomene" nannten. Ich möchte lediglich daran erinnern, daß es vielleicht besser ist, zunächst einmal von Wiedergabe – 'apodidonai' steht ja bei Aristoteles – zu sprechen und nicht von Retten. Retten ist erst nötig, wenn der empirische Befund von der Erwartung offensichtlich abweicht. Die Planeten halten an, sie bewegen sich unterschiedlich schnell – da muß man also etwas machen. Und drittens hängt damit natürlich das Verhältnis zwischen Wirklichkeit und Modell zusammen. Die Frage ist also: Was leistet denn die Mathematik? Wenn wir verschiedene Modelle haben, dann sagen sie nicht unmittelbar etwas über die Natur aus. Das soll bedeuten: die Mathematik ist das eine, die kosmologische Aussage ist das andere. Und dies wurde auch sauber getrennt. In der Wirklichkeit kann nur eine Möglichkeit realisiert sein. Wenn wir verschiedene mathematische Modelle haben, dann heißt das eben nur, daß sie äquivalent sind oder verschiedene Vorzüge untereinander haben. Eine solche Situation ist für Kepler nicht denkbar, der hier zu Recht genannt wurde. Übrigens hat er seine zweite Ehe sehr erfolgreich durchgeführt. Dies ist eine Erfolgsgeschichte, nicht? Man darf also auch etwas wissen, und siehe da: Er war beliebig glücklich mit der zweiten Frau. Kepler ist also derjenige, der die Mathematik und Physik verschmolzen hat: Sein Modell bildet die Wirklichkeit ab. Viertens gibt es die Frage der Vereinfachung. Wir hatten das ja schon einmal angesprochen. Folgendes bezieht sich auf Herrn Gigerenzer: Was unmittelbar einleuchtet, ist, daß Ignoranz schöpferisch sein kann. Erst in der Beschränkung zeigt sich der Meister. Wir müssen vereinfachen, weil die Natur um ein unendliches zu kompliziert ist. Das führt zur Frage, wo wir vereinfachen und was das Wesentliche ist, was wir beibehalten müssen. Darin zeigt sich das gute Modell: Es behält das Entscheidende bei und läßt alle möglichen nebensächlichen Dinge beiseite.

Manfred Bierwisch: Ich möchte auch noch einmal auf die Frage von Herrn Duddeck zurückkommen. Sie ist ja die Grundfrage unserer ganzen Diskussion: Finden wir die Mathematik in der Natur vor oder tragen wir sie in die Natur hinein? Ich denke, daß es mit der Mathematik ähnlich ist wie mit vielen anderen Bereichen der Umwelterfahrung, etwa den Farben: Wir wissen ja, daß in der Natur keine Farben sind, daß elektromagnetische Wellen erst im visuellen System des Organismus zu den Farben werden, die wir auf die Natur projizieren. Und das ist möglich, weil in der Natur das gegeben ist, woraus der Organismus die Farben macht. In ähnlichem Sinn läßt sich sagen, daß wir in der Natur mathematische Strukturen entdecken, weil wir die Fähigkeit haben, solche Strukturen mental zu erzeugen und auf die Natur zu projizieren. Zwischen der Flugbahn eines Balles und der Differenzialgleichung, die diese Bahn beschreibt, besteht eine Beziehung, die der zwischen einem bestimmten Ausschnitt des elektromagnetischen Spektrums und der Farbwahrnehmung analog ist. Für die Mathematik kommt zu diesem Verhältnis allerdings etwas Entscheidendes hinzu. Was der Organismus aus der Fähigkeit der Farbwahrnehmung machen kann, ist mit dieser Fähigkeit selbst weitgehend festgelegt. Die Farben liefert gewissermaßen die Biologie. Nicht so im Fall der Mathematik. Aus den Grundoperationen des Zählens und Vergleichens entstehen – neben den raffiniert vereinfachenden „Berechnungen", die Herr Gigerenzer uns als direkte Basis der Verhaltenssteuerung beschrieben hat, – komplexere, eigenständige algebraische und geometrische Kenntnissysteme. Was wir aus der Fähigkeit zur rekursiven Strukturbildung und Deduktion machen, ist damit sowohl für das Individuum wie für die Gruppe und die gesamte Spezies, anders als bei den Farben, eine Sache des Lernens und der Tradition. Mathematische Theorien sind folglich in anderer Weise mentale Gebilde als Farbsysteme. Das führt zu einem in dieser Art für Farben oder für Töne nicht bestehenden Unterschied zwischen den Gegebenheiten in der Umwelt einerseits und den mentalen Systemen, die ihnen mehr oder weniger genau entsprechen, andererseits. Mathematische Theorien sind, wie hier mehrfach gesagt wurde, Kulturprodukte. Sie sind lernabhängig, aber sie beruhen auf der im Menschen verankerten Fähigkeit zum Umgang mit solchen Systemen, und sind auch auf verschiedene Weise in die Verhaltenssteuerung einbezogen. Das Spektakuläre und Erstaunliche ist aber, daß mit diesen Kenntnissystemen auch da, wo sie ganz unabhängig von direkter Umwelterfahrung sind, doch Gegebenheiten der Natur erfaßt werden können. Die Struktur unserer Farbwahrnehmung ist erfolgreich, weil ihr ein bestimmter Aspekt der Umwelt entspricht. Offenbar gilt das nun auch für mathematische Strukturen. Wir können sie erfinden, weil die Biologie uns dazu befähigt, und zwar weit über die unmittelbare Erfahrung hinaus. Daß sie aber der Realität entsprechen, ist nur möglich, soweit die von diesen Strukturen erfaßten Zusammenhänge in der Realität gegeben sind. Als besonderes Problem kommt schließlich der Umstand hinzu, daß die Möglichkeit von Kenntnissystemen selbst ein Phänomen der Natur ist. Das führt dann zu der weiteren intrikaten Frage, in welcher Weise mathematische Theorien ihre eigene Grundlage darstellen können.

Jürgen Ehlers: Ich möchte gern auf eine Frage hinweisen, die vielleicht bei einer Fortsetzung diskutiert werden könnte, nämlich: Wie kommt die Abbildung des symbolisch-mathematischen Teils einer Theorie auf das zustande, was wir die Wirklichkeit nennen. In der Art, wie man eine Wissenschaft lernt, geschieht das sozusagen durch eine Art Diffusionsprozeß. Man macht sich nie explizit klar, wieweit diese Zuordnung eigentlich auf Begriffe gebracht werden kann. Soweit ich das verfolgt habe, gibt es nur wenige Versuche von Physikern, den Begriff der Theorie so zu beschreiben, daß die Referenz, also der Wirklichkeitsbezug, ausdrücklich mitproblematisiert wird. Es gibt auch Versuche von Seiten der Wissenschaftstheorie, zum Beispiel von Reichenbach, Putnam, Stegmüller, Mühlhölzer u. a., aber alle diese Versuche bleiben im Vagen stecken. Ich würde gern erfahren, ob es in diesem Kreis Kollegen gibt, die eine genauere Fassung kennen, oder ob wir uns damit abfinden müssen, daß die Beziehung des Symbolischen zu dem sogenannten Wirklichen immer in einem erheblichen Umfang vage bleibt.

Hermann Lübbe: Ich würde gerne an Herrn Gigerenzer die Frage stellen, ob das, was er uns vorgetragen hat, nicht genutzt werden könnte zur Erklärung des in der Tat auffälligen politischen Faktums, daß in allen hoch entwickelten Gesellschaften der Anteil der politischen Entscheidungen zunimmt, die gerade nicht auf der Basis des den politischen Entscheidungsinstanzen zugelieferten wissenschaftlichen Fachwissens, also auf der Grundlage der Arbeit wissenschaftlicher Politikberater, getroffen werden, sondern durch Volksabstimmungen. Das funktioniert ja tatsächlich, und es funktioniert von Kalifornien bis hin nach Zürich ausgezeichnet.

Mitchell Ash: Zwei Punkte hätte ich ganz kurz und knapp – hoffentlich nicht allzu sehr im Telegrammstil – geltend zu machen. Der erste betrifft die allererste Frage, die gestellt wurde, die als naive Frage designiert wurde: Ob die Mathematik in der Natur schon stecke oder erst vom Menschen gefunden werde. Die Antwort darauf, die von einem Kollegen aus derselben Klasse gekommen war, oder aus der naturwissenschaftlichen Klasse, teile ich: daß es sich nämlich um Kulturleistungen handelt, die allesamt historischen Charakter haben. Aber das ist nicht der Punkt, den ich jetzt geltend machen will, vielmehr möchte ich sagen: Wenn man diese Antwort ernst nimmt – und ich tue dies gern –, dann hat das Folgen für die erste Fragestellung. Es ergibt sich daraus nämlich nicht ihre Sinnlosigkeit, aber vielleicht ihre Gegenstandslosigkeit in einem gewissen Sinn. Was meine ich damit? Ich meine, daß jede neue Mathematisierung der Natur auf ihre Gültigkeit hin überprüft werden kann, aber immer nach den gegenwärtigen Gesichtspunkten dessen, was jeweils eine gültige Antwort ist. Wenn man das konsequent historisiert, dann muß man dies so betrachten. Wenn die Sache so ist, dann ist die erste Frage ja nicht gegenstandslos geworden; es gibt natürlich eine Außenwelt, es gibt natürlich eine Natur, auf die diese Antworten sich immer richten. Aber das, was für Natur gehalten wird, ändert sich auch, so daß es praktisch unmöglich wird, die Frage zu beantworten, die Sie gestellt haben, weil die Antworten, die vor 1.000 Jahren existiert haben, nach anderen Kriterien überprüft und für richtig befunden worden sind. Wenn man also konsequent historisiert, ergibt sich auch eine Historisierung des Gegenstands, auf den diese Antworten gerichtet werden. Das wäre der erste Punkt. Der zweite richtet sich auf das Wort Abbild, das von Herrn Quack gewählt wurde. Ich würde eher dafür plädieren, den Titel „Mathematisierung“ ernst zu nehmen. Das bezieht sich wieder auf den ersten Punkt: Es handelt sich um einen Prozeß. Und da müßte man dann fragen: Was heißt denn hier Abbild? Ist es nicht eher so, daß das, was Abbild heißt, sich im Laufe der Zeit auch gewandelt hat? Wenn ich zum Beispiel Herrn Huiskens Ausführungen in Betracht ziehe, dann würde ich gern fragen, welche Teile der Modelle, die er vorgetragen hat, jeweils als Abbild zu sehen sind und welche nicht. Ich denke hierbei an Hilbert und seine berühmten Ausführungen um die Jahrhundertwende, in denen er sich ganz bewußt vom Ideal der Abbildfunktion mathematischer Theoriebildungen verabschieden wollte, und sagte: Man kann ein Modell in Bezug setzen zur Natur, aber das ist etwas anderes, als diese abzubilden.

Bernd Hillemeier: Ich habe mich extra sehr spät gemeldet, weil ich die Diskussion nicht unterbrechen wollte, aber Herr Brüning, Sie haben ganz zu Anfang etwas gesagt, was so nicht unwidersprochen stehen bleiben soll. Sie meinten: „Wer ein Haus baut, der braucht keine Mathematik“. Sie implizieren damit, daß die gebauten Strukturen so robust sind, daß sie keiner mathematischen Behandlung bedürfen. Die Dome und die Kathedralen, die wir heute noch bewundern können, sind nur die, die nicht zusammengestürzt sind. Und Konrad Zuse, ein Bauingenieur, hat erkannt und hat darunter gelitten, daß wir noch sehr viel mehr rechnen müssen. Er hat im Grunde die Mathematik des Mathematikers Gauß zum Leben erweckt: die Matrizenrechnung, und hat damit für die vielen statisch

Unbekannten durch die Erfindung des Computers das Lösen großer Gleichungssysteme ermöglicht. Heute können Flugzeuge in Wolkenkratzer rasen, und diese kippen dabei nicht um. Wir Bauingenieure rechnen weiter, damit die Bauwerke auch noch die Brände aushalten.

Jochen Brüning: Ja, ich gebe es zu, jedenfalls wenn der Bereich natürlicher Kunstlehren verlassen wird.

Kurt-Victor Selge: Ich wollte nur eine Frage zu einer Randbemerkung am Schluß von Herrn Bierwischs Beitrag stellen. Wann beginnt Musik mathematisiert zu werden? Ist das erst ein höheres Produkt, oder würden Sie sagen, daß Wolfsgeheul in der Nacht oder das Hundegeheul, das sich am Mundharmonikaspiel entzündet, nicht schon etwas mit Musik zu tun haben. Es hat doch den Charakter des Gesanges oder der Lautbildung. Meinen Sie, daß da ein Zusammenhang besteht mit Dingen, die schon mathematisierbar sind? Sie sind in der Wirklichkeit sozusagen einer Natur, die vorsprachlich ist, aber nicht unähnlich der Sprache.

Angela Friederici: Wenn Sie die Frage direkt ansprechen, inwieweit Sprache und Musik zusammenhängen, sollte ich etwas dazu sagen: Ich kann das natürlich nur von einem neurophysiologischen Standpunkt aus ein bißchen erhellen. Wir haben Untersuchungen gemacht, bei denen wir uns Hirnaktivitäten anschauen, wenn Personen Sprache verstehen oder Musik hören. Hierbei haben wir festgestellt, daß die Hirnareale, die bei diesen beiden Funktionen aktiv sind, zum größten Teil überlappen. Interessant ist dabei, daß auch sogenannte Nichtexperten, also keine ausgebildeten Musiker, diese Aktivierungen zeigen. Die Tatsache, daß wir ganz bestimmte Musikstrukturen schon erkennen können, ohne Experten zu sein, deutet wiederum darauf hin, daß Teile dieser Fähigkeit vielleicht auch angeboren sind.

Gerd Gigerenzer: Ich wollte zwei Punkte anmerken, den ersten zu Herrn Bierwisch. Ich denke, daß bestimmte heuristische Prinzipien auch bei der Sprachentwicklung eine Rolle spielen, beispielsweise Prinzipien von Einfachheit der Information und der Begrenzung des Gedächtnisses. Es gibt hierzu Experimente und Simulationen, zum Beispiel von Jeff Elman. Er versucht zu zeigen – mit Computern, die Sprache lernen –, wenn ein Kind eine Sprache lernen muß, dann ist es wichtig, daß dieses Gehirn ein kleines Gedächtnis hat und nicht ein voll entwickeltes Gedächtnis, und zweitens, daß die Information von einfa-

cher Form ist. Das ist, was wir instinktiv tun, nämlich Baby-Talk. Denn sonst, so argumentiert er, kann sich eine Sprache nicht entwickeln. Das heißt, wenn Sie Ihrem Kleinkind Habermas vorlesen, dann werden Sie vielleicht die Sprachentwicklung hemmen. Das ist kein Argument gegen Habermas. All diese Prinzipien sind ja höchst domain-spezifisch. Man muß lernen, wo man was anwendet. Es gibt ähnliche Prinzipien in der Biologie – Herr Menzel könnte wahrscheinlich etwas dazu sagen – , es gibt zum Beispiel Experimente, bei denen man Kücken, die sich noch im Ei befinden, zu viele Informationen gibt, was dazu führt, daß sie sich nicht richtig entwickeln.
Nun zur Frage über Politik. Ich habe Ihre Frage so verstanden, wie kann man in idealer Weise eine informierte Politik schaffen, die versucht – genau wie wir es in der Medizin jetzt versuchen – Entscheidungen aufgrund der Evidenz zu treffen, anstatt aufgrund anderer Strategien: zum Beispiel danach, wen man kennt und in welcher Partei man ist. Ein Beispiel möchte ich nennen: Ab 2005 wird in unserer Republik ein flächendeckendes Mammographiescreening eingeführt. Die Bevölkerung hat bis heute kaum verständliche Informationen von unserer Regierung erhalten, was die Vor- und die Nachteile sind. Die – ich fasse es nur kurz zusammen – medizinische Forschung über Mammographiescreening hat bis heute etwa 500.000 Frauen in sogenannten randomisierten Experimenten untersucht. Das Ergebnis ist ziemlich klar: von je 1.000 Frauen, die am Screening teilnehmen, sterben etwa drei in zehn Jahren an Brustkrebs, und von 1.000, die nicht teilnehmen, sind es vier. Also eine in Tausend stirbt weniger an Brustkrebs. Zugleich wird kein Leben gerettet, da in beiden Gruppen gleich viele sterben (an allen Todesursachen). Das wurde von unserer Bundesregierung als eine 25 %ige Sterblichkeitsreduktion an die Öffentlichkeit weitergegeben, so zum Beispiel in Pressemitteilungen. 25 % – das kling gut, oder? Von vier nach drei in Tausend, aber es ist lediglich 1 in 1.000. Zugleich gibt es auch nur begrenzt Informationen über die Nachteile, die ich jetzt nicht erwähnen kann. Ich habe einen Staatssekretär gefragt, wie diese Entscheidung denn zustande kam, soviel Geld in eine Sache zu investieren, von der man nur einen minimalen Nutzen – wenn überhaupt – erwarten kann, aber eine Kostenexplosion aufgrund mangelnder Information. Die Antwort war: Eine Ministerin hatte gerade eine Brustkrebs-Diagnose bekommen, weitere kannten Fälle in ihrem Bekanntenkreis, und dann entstand eine emotionale Stimmung, welche die wissenschaftliche Evidenz einfach überrollte und man Millionen nicht in nützliche Medizin investiert, sondern dort, wo man kaum oder keinen Erfolg hat. Mangels klarer Informationen glauben viele, ihr Leben sei gerettet worden. Hier könnte der Stand der medizinischen Forschung, wenn er Ärzten wie Patienten bekannt wäre, viel Leid und Kosten ersparen.

Jochen Brüning: Zu diesem Punkt darf ich vielleicht ergänzen, daß in Japan die Konzerne dezidiert die Mathematik nicht unterstützen, weil sie sagen: Für die Entscheidungen, die wir zu fällen haben, brauchen wir keine Mathematik. Das ist einfach eine Feststellung.

Horst Bredekamp: Ich kann direkt an diesen Einwurf anschließen. Ich habe die Diskussion in der Schroffheit der gegeneinander stehenden Positionen einerseits als außerordentlich beeindruckend empfunden. Die Frage, die entscheidende Frage: Holt die Mathematik etwas aus der Natur, was sich in der Natur befindet, oder konstruiert sie diese hinein – diese beiden Positionen wurden seit der Antike von unterschiedlichen Seiten privilegiert, und es ist keine Versöhnung in Sicht. Genau diese Frage wird von der Kunsttheorie und der Musiktheorie seit 2.500 Jahren diskutiert und in genau dieser Polarisierung hin- und heroszilliert. Die Pythagoräer haben argumentiert, ein Wunder liege darin, daß man Musiktöne in Längenverhältnissen beschreiben kann, also in Zahlen. Dies sei das Wunder des Kosmos. Die Skeptiker dagegen haben gesagt: Nein, diese Gewißheit ist in die Natur hineinprojiziert. Es gibt Architektendarstellungen, die genau diese beiden Positionen bestimmen. Der geniale Bramante stellt sich dar mit dem Zirkel, der in den Himmel gerichtet ist: Ich hole meine Harmonien vom Himmel, aus der Natur, aus der Schöpfung; Gott ist der Baumeister. Der nicht weniger geniale Vignola zeigt sich als Handwerker; der Zirkel geht nach unten, auf die Erde. Diese beiden Bestimmungen oszillieren, wie gesagt, durch die gesamte Kunst- und Musiktheorie – unentschieden. Und vielleicht soll man dieses akzeptieren und eine andere Frage stellen, die im 17. Jahrhundert geäußert wurde. In jener Phase, in der die Mathesis universalis durchgesetzt wurde, entschied Ludwig XIV.: Hinter diesem Bild, daß die Natur selbst Regeln besitzt, die herausgeholt werden sollen, verbirgt sich ein unerhörter Machtanspruch der Mathematiker, den es zu begrenzen gilt. Und aus diesem Grund hat Ludwig XIV. den Perspektiviker Abraham Bosse aus der Akademie entlassen, Berufsverbot quasi, weil dieser verlangte, daß jede Darstellung perspektivisch zu gestalten sei. Ludwig XIV. hat entschieden: Ich selber, als absolute Macht, bin nicht mathematisch darzustellen, weil ich über der Mathematik stehe. Dieses Beispiel zeigt, daß in der Frage, ob die Mathematik in der Natur steckt, oder ob der Mensch qua Souveränität die Mathematik selbst konstruiert, nicht allein Probleme der Natur, sondern sozialer und istitutioneller Ansprüche mitschwingen. Damit stellt sich die Frage, welche Metaphoriken sich hinter der einen oder der anderen Position verbergen? Zeigen sich hier erkenntnistheoretische oder – wie Ludwig XIV. argumentierte – machtbezogene Ansprüche?

Jochen Brüning: Auch das wird offen bleiben.

Gerhard Huisken: Ich möchte gerne die Frage beantworten, die mir gestellt wurde, wie die Abbildung zwischen dem Modell und der Wirklichkeit aussieht. Wenn ich höre, welcher Machtanspruch den Mathematikern hier unterstellt wird, möchte ich gern eine ganz bescheidene und pragmatische Antwort aus meiner Sicht geben: Man orientiert sich ganz pragmatisch an den Problemen und an den Phänomenen, die man beschreiben möchte. Und das hängt dann natürlich mit dem historischen Kontext zusammen. Wenn ich beispielsweise innerhalb des GPS-Systems Ortsbestimmungen auf zwei oder drei Meter genau vornehmen möchte, muß ich die allgemeine Relativitätstheorie mit in Betracht ziehen, aber dann reicht das Schwarzschildmodell aus. Das Modell, das ich Ihnen gezeigt habe, ist in der Lage, diese Abweichungen von dem normalen Gravitationsfeld der Erde zu bestimmen. Ich würde also dieses sehr einfache Modell nehmen und kein komplizierteres Modell der allgemeinen Relativitätstheorie. Wenn ich Gravitationswellen finden will, dann reicht das Schwarzschildmodell nicht mehr aus, dann brauche ich sehr viel kompliziertere, nichtlineare Lösungen der Einsteingleichungen, und nur dann habe ich eine Chance, Gravitationswellen zu modellieren. Das heißt, mein Zugang ist sehr pragmatisch. Das nimmt aber den Charakter des „Wunders" aus diesem Modell nicht heraus; daß es überhaupt möglich ist, mit solch hoher Genauigkeit mit diesem geometrischen Modell eine noch höhere Genauigkeit in der Vorhersage zu erreichen, zum Beispiel bei Gravitationswellen, das bleibt rätselhaft.

Mitchell Ash: Sie haben in gewissem Sinne die Frage mit dem Wort 'Vorhersage' schon beantwortet. Eine Vorhersage ist kein Abbild. Ich habe nur fragen wollen, welche dieser Gleichungsreihen, die Sie angeführt haben, ein Abbild wovon sind. Das war also eine andere Frage. Eine Vorhersage ist eine In-Beziehung-Setzung zur Natur, muß aber kein Abbild davon sein. Das war mein Punkt. Ganz konkret also: Die Partialdifferentialgleichungen, mit denen man jetzt bevorzugt Newton darstellt, obwohl er sie selber so in seinen Büchern nicht verwendet hat – sind das Abbilder? Sind die Gleichungen, die Sie jetzt im Schwarzschildmodell verwenden, Abbilder?

Gerhard Huisken: Gleich direkt dazu. Ich will mich nicht auf das Wort 'Abbildung' festlegen. Vielleicht ein anderes Wort: Es sind Rezepte, wie ich gewisse Effekte in der Natur vorhersagen und dann überprüfen kann, ob meine Vorhersage stimmt.

Jochen Brüning: Es ist vor allen Dingen auch eine Frage des Meßprozesses. Den können Sie variieren, aber Sie müssen ihn festlegen, ehe Sie eine Voraussage überhaupt formulieren können.

Mitchell Ash: Also sind es funktionale Wege zu einem Ergebnis, aber keine Abbilder.

Martin Quack: Da besteht doch noch ein Mißverständnis. Es gibt ja gar keinen Zweifel, daß unsere Art, die Natur mathematisch zu beschreiben, historisch gewachsen und ein kulturelles Phänomen ist. Alles, was wir als Menschen tun, erschaffen, beschreiben, ist eine menschliche Eigenschaft, aber die Frage war ja: Warum ist diese präzise Art – ich würde immer noch sagen: der Abbildung oder der Beschreibung der Natur – warum ist sie so erfolgreich? Und dann kommt eben diese Frage: Steckt das in der Natur schon drin, also die Schrödingergleichung, mit der ich eine Spektrallinie berechne, mit der ich die Atomuhr bauen kann, die auf $10^{14}$ genau funktioniert, oder ist das nur etwas, was wir hinein erfinden? Und ich glaube, diese Frage ist eigentlich eine Scheinfrage. Machen wir eine Photographie von einem Objekt, und die Photographie von dem Objekt bildet die Längenverhältnisse möglichst genau ab. Dann stelle ich die Frage: Sind diese Längenverhältnisse eine Eigenschaft der Photographie oder des Objektes? Natürlich von beidem. Wenn die Photographie, wenn das Abbild ein treues Abbild ist, dann ist das, was es abbildet, auch schon in dem Objekt drin gewesen. Und in diesem Sinne meine ich, ist die Mathematik natürlich auch in der Natur drin. Das ist gar keine Frage. Deshalb ist sie so erfolgreich. Und das zweite Mißverständnis: Wir haben zwei ganz verschiedene Dinge besprochen hier. Dieser zweite Aspekt gehört tatsächlich zur Frage unseres Themas. Der andere, erste Aspekt, wie wir intuitive Entscheidungen fällen, und ob wir diese richtig fällen oder falsch, ob wir sie demokratisch oder undemokratisch fällen – das hat eigentlich mit Mathematik gar nichts zu tun. Da gehen ganz andere Dinge hinein. Ich würde sagen: Das Bemerkenswerte an dieser Art von Entscheidungen ist ja, wie unsicher sie sind. Auch die besten Schätzungen, die Herr Gigerenzer vorgestellt hat, sind extrem unsicher. Und ich würde mich in kein Flugzeug setzen, das mit 80 %iger Wahrscheinlichkeit durchkommt und mit 20 %iger Wahrscheinlichkeit abstürzt. Das ist eine sehr schlechte Sache.

Ob des Zeitplanes wird die Diskussion an dieser Stelle beendet.

Aufgrund des übergroßen Interesses an der Thematik, des Wunsches nach Vertiefung des Diskussionsstandes und angesichts des sichtbar gewordenen Bedarfs an notwendiger Begriffsklärung, beschließt die Versammlung auf Vorschlag des Präsidenten, Dieter Simon, die Fortsetzung der Debatte zur Mathematisierung der Natur in der Dezembersitzung der Versammlung.