

## Linguistik und die Möglichkeit der Mathematisierung des Geistes

### 1 Geist als Aspekt der Natur

Das Rahmenthema „Mathematisierung der Natur“ betrifft die Geisteswissenschaften selbstverständlich nur, wenn und insoweit der Geist als etwas angesehen wird, das der Natur angehört. Das will ich hier voraussetzen.

Natürlich hätte man über Geist und Mathematik auch dann zu reden, wenn der Geist gerade nicht als Teil der Natur, sondern als der separate Bereich der *res cogitans* anzusehen wäre, der im Sinn der Cartesianer der *res extensa* gegenübersteht. Denn die Mathematik ist in jedem Fall eine Sache des Geistes. Dann ginge es allerdings nicht um die Mathematisierung des Geistes, sondern um Geist als Mathematik oder Mathematik als Form des Geistes. Das ist zweifellos ein faszinierendes Thema, das aber gerade nicht die Frage betrifft, ob und in welchem Sinn die Mathematik der Natur – unter Einschluß des Geistes – inhärent ist oder auf sie projiziert wird.

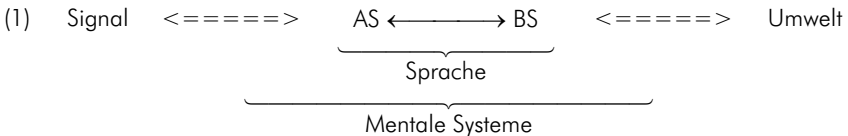
Direkter hat mit unserem Thema eine Bemerkung von Nils Bohr über das Verhältnis von Physik und Linguistik zu tun, die Roman Jakobson kolportiert: Die Linguisten haben es gut, meint Niels Bohr, weil ihr Gegenstand von Hause aus diskret und abstrakt ist, während die Physiker ihre Gegenstände erst abstrakt und diskret machen müssen.

Auch mit der Voraussetzung, daß der Geist zur Natur gehört, fragt sich aber, ob Mathematisierung, wenn man sie nicht als bloß methodisches Instrumentarium auffaßt, sondern als Zugang zur Struktur der Sache, in den Geisteswissenschaften wirklich etwas zu suchen hat.

Daß und in welcher Weise diese Frage zu bejahen ist, soll hier vor allem am Beispiel der Sprache erörtert werden. Dabei darf es als ein von alters her gegebener Konsens gelten, daß die Sprache nicht nur ein zufälliger, womöglich epiphänomenaler Sonderbereich des Geistes ist, der allenfalls günstig für die Argumentation erscheint, sondern eine zentrale und konstitutive Rolle für weite Bereiche des Geistigen spielt – selbst dann, wenn man die Sprache nicht als *conditio sine qua non* des Geistes ansieht und eine nonverbale Intelligenz für denkbar hält.

## 2 Grundzüge der natürlichen Sprache

Als erster, notwendiger Schritt zur Charakterisierung des damit angedeuteten Bereichs der Natur ist zunächst die Feststellung zu machen, daß eine natürliche Sprache wie das Französische oder Japanische ein Kenntnissystem ist, das jeweils bestimmten Signalen festgelegte Bedeutungen zuordnet. Diese Zuordnung hat mehrere Schritte oder Ebenen, die sich in erster Näherung so schematisieren lassen:



Signale sind bei gesprochener Sprache akustische Ereignisse eines bestimmten Frequenzbereichs, mit Umwelt ist der gesamte äußere und innere Erfahrungsbereich gemeint, über den in einer natürlichen Sprache geredet werden kann. Signale werden vom Sprecher erzeugt und vom Hörer identifiziert durch das artikulatorisch-auditive System AS, die Verarbeitung und Beeinflussung der Umwelt leistet das begrifflich-intentionale System BS. Sowohl AS wie BS sind in Wahrheit Komplexe von interagierenden mentalen Systemen oder Modulen, die die verschiedenen Sinnesmodalitäten und Verhaltensbereiche kontrollieren. Die Sprache stellt nun zwischen diesen beiden Komplexen, genauer, zwischen den durch sie ermöglichten internen Repräsentationen eine systematische Beziehung her. Das heißt, die Kenntnis einer Sprache S determiniert Ausdrücke  $(\alpha, \beta)$  mit  $\alpha$  aus AS und  $\beta$  aus BS, vereinfacht: Paare aus Laut und Bedeutung.

Dieses Grundschema ist durch zwei Feststellungen zu ergänzen:

*Erstens* ist festzustellen, daß AS und BS Repräsentationssysteme mit essentiell verschiedenen formalen Eigenschaften sind. Repräsentationen von AS sind primär linear entsprechend der Zeitachse organisiert, eine Bedingung, die auch in allen optischen Realisierungen natürlicher Sprachen (Schriftsysteme, Gebärdensprache) eingehalten wird und die vermutlich zu den Grundbedingungen der menschlichen Sprachfähigkeit gehört. Repräsentationen in BS sind dagegen auf keine bestimmte Dimensionalität festgelegt, die Repräsentationen sind hierarchisch und nicht linear organisiert. Das heißt, daß die Ausdrücke  $(\alpha, \beta)$  nicht auf Analogie oder Ähnlichkeit zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  beruhen können. Die Ausdrücke natürlicher Sprachen sind daher notwendigerweise symbolischer, nicht ikonischer Natur.

*Zweitens* besteht ein entscheidendes Charakteristikum der natürlichen Sprache des Menschen darin, daß diese Zuordnung – im Unterschied zu allen anderen Signal- oder

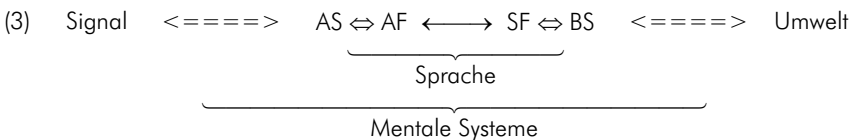
Zeichensystemen – für eine offene, potentiell unendliche Menge von Paaren aus Laut und Bedeutung gilt. Das ist die Basis dafür, daß jede natürliche Sprache S im Prinzip vollständig ist in folgendem Sinn:

- (2) Wenn  $\beta$  und  $\beta'$  voneinander verschiedene Repräsentationen in BS sind und in S gibt es einen Ausdruck  $(\alpha, \beta)$  mit einer Repräsentation  $\alpha$  in AS, dann gibt es in S auch einen Ausdruck  $(\alpha', \beta')$ , wobei  $\alpha'$  verschieden ist von  $\alpha$ .

Mit anderen Worten, es können alle konzeptuell möglichen Unterschiede sprachlich wiedergegeben werden. Damit kann S keine abgeschlossene, endliche Menge von Ausdrücken sein, sondern muß die Zuordnung von AS und BS über einen offenen, potentiell unendlichen Bereich bestimmen. Das heißt aber, daß natürliche Sprachen Erzeugungssysteme sein müssen, die über ein generatives Verfahren verfügen, das neue Ausdrücke kombinatorisch zu berechnen gestattet.

Aus diesen beiden Gegebenheiten – der Strukturverschiedenheit von Laut und Bedeutung und der kombinatorischen Struktur der Ausdrücke – läßt sich der oben erwähnte diskrete Charakter der Sprache im strikten Sinne ableiten: Die systematische Kombination von symbolischen Einheiten, deren Laut- und Bedeutungseigenschaften sich aus denen ihrer Teile ergeben müssen, ist nur möglich, wenn sie auf Grundeinheiten mit diskretem Charakter beruhen, die algebraischen Operationen zugänglich sind.

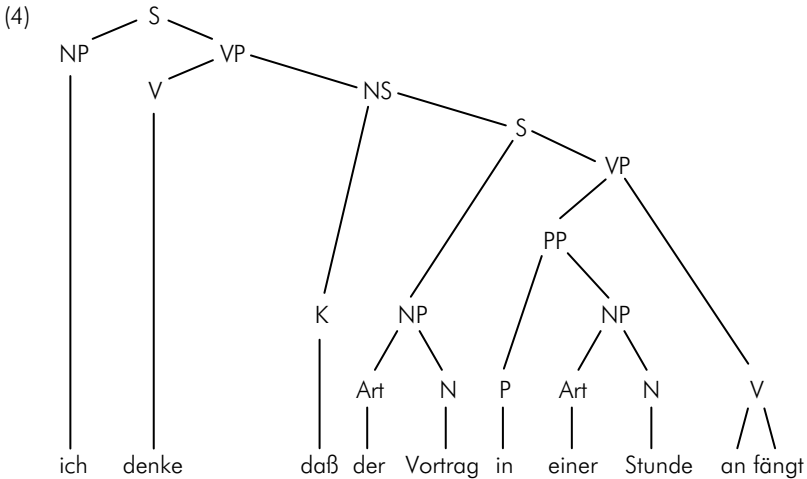
Überdies sind offensichtlich die Signaleigenschaften weitgehend und die begrifflich zu repräsentierenden Umweltgegebenheiten in unbestimmtem Maße kontinuierlicher und nicht diskreter Natur. Folglich müssen die Repräsentationen, auf die sich die Sprache und ihre Kombinatorik beziehen, abstraktere Strukturen sein, Schnittstellen, die die Signal- und Begriffsstrukturen der sprachlichen Berechnungsstruktur anpassen. Wenn man diese Verarbeitungsstufe mit AF für das System der Artikulatorischen Form und SF für die Semantische Form der Bedeutungen abkürzt, dann ist das Schema (1) so zu ergänzen:



Die Laut-Bedeutungs-Paare sind damit Einheiten der Schnittstellensysteme AF und SF, die die Abstraktion von den kontinuierlichen Signal- und Umweltbedingungen voraussetzen.

### 3 Kellerautomaten und Turingmaschinen

Auf diesem Hintergrund ist nach den Eigenschaften der Algebra zu fragen, auf der die Symbolkombinatorik beruht. Grundbedingung ist die Möglichkeit rekursiver Operationen, die hierarchische Strukturen folgender Art ermöglichen:



Die grammatischen Kategorien – abgekürzt durch S (für Satz), V (für Verb) etc. – repräsentieren kombinatorische Bedingungen, die hier nicht betrachtet werden müssen. Entscheidend ist, daß Strukturen dieses Typs mindestens die Eigenschaften von Kellerautomaten oder äquivalenten Systemen aufweisen müssen. Systeme dieser Art sind im Rahmen der mathematischen Linguistik ausführlich untersucht worden. Einen repräsentativen Überblick gibt Chomsky.<sup>1</sup> Zwei Bedingungen sind in bezug auf die oben skizzierte Grundstruktur natürlicher Sprachen wesentlich: Systeme dieser Art sind rekursiv, erzeugen potentiell unbegrenzte Mengen von Ausdrücken und determinieren Abhängigkeiten, die lineare zu hierarchischen Strukturen in Beziehung setzen können, wie es das vereinfachte Beispiel (4) andeutet.

Über die lineare Struktur mit hierarchischen Abhängigkeiten hinaus weisen die Ausdrücke natürlicher Sprachen aber elementare Eigenschaften auf, die in diesem Rahmen

<sup>1</sup> Vgl. Chomsky, N.: Formal Properties of Grammars. In: Luce, R. D., Bush, R. R. & E. Galanter (eds.), Handbook of Mathematical Psychology, Vol. II, New York: Wiley and Sons, 1963, S. 323–418.



## 4 Lernbarkeit

Diese Frage ist aus verschiedenen Gründen von Interesse. Zentral ist das Problem der formalen Bedingungen des Spracherwerbs, das heißt der Ausbildung eines Kenntnissystems mit den oben schematisierten Eigenschaften auf der Basis begrenzter und unvollständiger Eingabeinformationen. Schematisch geht es dabei um folgenden Zusammenhang:

(8) Daten    =====>    LAD    =====>    Sprache

Mit LAD (Language Acquisition Device) ist dabei der systeminterne, biologisch fixierte Verarbeitungsmechanismus abgekürzt, aufgrund dessen jedes normale Individuum der Spezies in einem begrenzten Zeitraum aufgrund mehr oder weniger zufälliger Daten seine Muttersprache erwirbt. Das Problem des Spracherwerbs kann dann so formuliert werden:

(9) Welche formalen Charakteristika muß LAD aufweisen, um aufgrund einer Menge D von Daten das D zugrundeliegende Erzeugungssystem S zu identifizieren, wobei reale Bedingungen für die in D verfügbaren Informationen gelten sollen?

Formal läuft diese Frage auf Probleme der Lernbarkeitstheorie hinaus, die die Möglichkeit der Systemidentifizierung bei jeweils gegebenen Eingabeinformationen untersucht. Dieses Problem kann eingegrenzt werden, einerseits in bezug auf die Eigenschaften, die LAD für die Klasse möglicher Sprachsysteme zuläßt, und andererseits hinsichtlich der Eigenschaften, die in D gegeben sein müssen. Dabei gilt offensichtlich: Je stärker beschränkt die Klasse möglicher Sprachen ist, desto eher ist bei gegebenem Input D die Identifizierung von S, also der Erwerb der zu D gehörenden Sprache, möglich. Das sogenannte logische Problem des Spracherwerbs, das mit der Frage (9) formuliert ist, betrifft also sowohl die formalen Eigenschaften sprachlicher Erzeugungssysteme als auch die Klärung der empirischen Gegebenheiten, denen normale Eingabeinformationen unterliegen. Einen Überblick über die beiden Aspekte des Problems findet man bei Baker und McCarthy.<sup>3</sup>

Das weder triviale noch unumstrittene Ergebnis bisheriger Analysen lautet: Natürliche Sprachen sind nur lernbar, wenn und weil die Ausstattung des Organismus eine hinreichend starke Anfangsstruktur aufweist. Der genaue Inhalt dieser Anfangsstruktur, auf die

---

<sup>3</sup> Vgl. Baker, C. L. & J. J. McCarthy (eds.): *The Logical Problem of Language Acquisition*, Cambridge, Mass.: MIT Press, 1981.

mit dem Titel Universalgrammatik UG Bezug genommen wird, ist Gegenstand empirischer Untersuchungen unter der Annahme, daß UG zur genetisch fixierten Ausstattung des Organismus gehört.

Die Mathematik der natürlichen Sprache stellt sich damit als eine Komponente der Bedingungen dar, die die biologische Grundlage des Geistes ausmachen.

## 5 *Optimalität und Evolution*

Eine weitergehende, spekulative, aber mit Blick auf andere Wissenschaften durchaus sinnvolle Frage, die auf dieser Basis gestellt werden kann, lautet:

(10) Wieso hat UG die Eigenschaften, die wir offenbar konstatieren müssen?

Diese Frage wird inhaltlich und formal sinnvoll, wenn Phänomene, wie die in den Beispielen (6) und (7) illustrierten Positionsketten, neben oder zusammen mit anderen Komponenten des Berechnungssystems, insbesondere grammatischen Kennzeichnungen wie Kasus, Genus, Numerus usw. bei der sprachlich determinierten Korrespondenz zwischen AF und SF eine Rolle spielen. Wenn UG mehrere Lösungen für das Problem der Korrespondenz zwischen Lautstruktur und semantischer Struktur ermöglicht, ist dann der damit gegebene Spielraum überschüssig, oder ist er optimal im Hinblick auf die wechselnden Randbedingungen, zwischen denen einzelsprachliche Systeme wählen können? Das führt zu der etwas modifizierten Frage:

(11) Wie weit weichen die aufgrund von UG möglichen Abbildungen von SF auf AF von der optimalen Lösung ab?

Diese Frage könnte Bedingungen der Phylogenese identifizieren, die sich auf adaptive Selektion nicht wirklich zurückführen lassen, vorausgesetzt, nicht nur die Mathematik von UG, sondern auch die Charakteristik der Randbedingungen ist formulierbar. Daß das möglich ist, wird damit nicht unterstellt, sondern nur der Ort des Problems angegeben.

Ob und wie weit adaptive Selektion die Entstehung der Sprachfähigkeit und die Struktur von UG erklären kann, ist umstritten. Während etwa Pinker<sup>4</sup> die Sprachfähigkeit als Ergebnis einer Folge von im Prinzip adaptiven Evolutionsschritten ansieht, legen Überlegun-

---

<sup>4</sup> Vgl. Pinker, S.: *The Language Instinct*, New York: William Morrow, 1994.

gen von Chomsky<sup>5</sup> die Annahme nahe, daß im wesentlichen ein Schritt die evolutionäre Basis der Sprachfähigkeit bildet. Kern dieses Schrittes ist die Entstehung der Möglichkeit rekursiver Operationen über Symbolen. Dieser Schritt könnte adaptiv sein hinsichtlich der symbolischen Repräsentation der Umwelterfahrung, die mit einem Vorteil in der Verhaltensorganisation verbunden wäre. Im Gegensatz zu verbreiteten Auffassungen wäre er aber nicht adaptiv im Hinblick auf die Kommunikation. Die Wirkung der symbolvermittelten Kommunikation würde ja die Existenz eines Symbolsystems bereits voraussetzen, das aber nur aufgrund der erst entstehenden Fähigkeit möglich ist. Mit anderen Worten: In bezug auf die Kommunikation ist die Entstehung der Sprachfähigkeit nicht adaptiv, sondern exaptiv. Adaptiv könnte sich dagegen die Möglichkeit kognitiver Operationen auswirken.

In einer entscheidenden Hinsicht ist aber auch für die Kognition eine eher exaptive, nachträglich entstehende Funktionalität anzunehmen. Das bezieht sich auf die Tatsache, daß zum Gesamtbereich BS im Prinzip auch die Existenz und Verwendung von Symbolen gehört. Das heißt, mit dem Prinzip der Vollständigkeit natürlicher Sprachen ist auch die Möglichkeit der Metasprache und insgesamt der Reflexion, das heißt der mentalen Repräsentation mentaler Inhalte, gegeben. Diese Möglichkeit wird funktional wirksam in dem Maße, in dem symbolische Repräsentationen existieren, die aber erst auf der Basis von Erfahrung und Konvention entstehen.

## *6 Sprachfähigkeit und Kreativität*

Die formalen Eigenschaften von UG und den darauf beruhenden Einzelsprachen dürfen nicht einfach als die Mathematik des Geistes ausgegeben werden. Wenn man die freie, kreative, situationsgemäße, aber nicht situationsdeterminierte Ausübung der Sprachfähigkeit als eine konkrete Form des Geistes versteht, dann ist die Sprache im bisher diskutierten Sinne zwar unabdingbare Voraussetzung dafür – es wäre aber eine Verwechslung, deren formale Charakterisierung bereits als die abgeschlossene Mathematisierung des Geistes zu verstehen. Ob und auf welche Weise letzteres ein verstehbares und lösbares Problem ist, liegt jenseits der Grenze, die hier mit dem Titel „Mathematisierung des Geistes“ angedeutet werden sollte. Es soll also auch nicht unterstellt werden, daß der Rahmen, in dem die Sprache als Berechnungsstruktur verstanden werden kann, im Prinzip

---

<sup>5</sup> Vgl. Chomsky, N.: *On Nature and Language*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.



auch die Erklärung der freien, kreativen Sprachausübung ermöglicht. Der Charakter dieses Problems entspricht vom Typ her vielmehr der Kontroverse über die Möglichkeit freier Willensentscheidung.

Die gleiche Unterscheidung zwischen der rekursiven Struktur von Kenntnissystemen, die offene Möglichkeiten erzeugen, und ihrer kreativen Nutzung oder auch Erweiterung ist entsprechend auch für die im folgenden noch betrachteten Bereiche geistiger Phänomene zu machen.

## 7 Sprechen und Zählen

In der formalen Struktur der natürlichen Sprache als System der rekursiven Symbolkombination ist nicht nur die Möglichkeit der Metasprache und damit der Reflexion verankert, sondern auch die Fähigkeit des Zählens und damit die Basis der Arithmetik. Es liegt daher nahe, zusammen mit der Mathematisierung der Sprache auch die Mathematisierung der Mathematik als einer geistigen Fähigkeit ins Auge zu fassen. Zumindest die Arithmetik ist insofern an die gleichen Grundlagen gebunden wie die Sprache, als zwei Systeme – Zahlennamen als Signale und Zahlen als begriffliche Größen – aufeinander abzubilden sind. Drei Varianten, die gleiche Zahl in einem System von Zahlsymbolen zu repräsentieren, machen das deutlich:

(12) sechshundertfünfundsiebzig tausend (und) einundzwanzig  
sixhundred seventyfive thousand (and) twenty one  
6 7 5    0 2 1

Die natürlichen Zahlen und alle davon abgeleiteten Systeme beruhen auf zwei Bedingungen. Die erste, grundlegende Bedingung ist die Rekursivität der Nachfolgeroperation, die zweite, gleichermaßen unabdingbar, ist die Verfügung über Symbole, die Zahlen repräsentieren. Der minimale Symbolvorrat ist demnach ein Grundelement und die iterative Verknüpfung das zweite. Nicht zufällig aber gehören Grundzahlwörter, die die Symbolisierung effektiver machen, zum zentralen lexikalischen Bestand aller natürlichen Sprachen. Die Beispiele in (12) zeigen darüber hinaus, daß die Kombinatorik der Symbole weit komplexere und einzelsprachlich unterschiedliche Operationen einschließt als die bloß lineare Verknüpfung. Sprache und Arithmetik beruhen damit gleichermaßen auf rekursiver Symbolkombinatorik, sind insoweit durch die gleichen formalen Randbedingungen gekennzeichnet und möglicherweise auch Ergebnis des gleichen phylogenetischen Entwicklungssprungs. Zugleich ist aber erkennbar, daß das generative System der Zahlennamen

von Bedingungen Gebrauch macht, die erst durch die Erzeugung von Zahlen möglich werden. Dazu gehören vorab Addition und Multiplikation, die in die Bedeutung von Zahlennamen wie *dreizehn* vs. *dreißig* eingehen. Insofern muß die formale Charakterisierung der Zahlfähigkeit auch einer tiefgreifenden Verschiedenheit in der Implementierung der gleichen Operationen in der Sprache und in der Mathematik Rechnung tragen, wie etwa Wiese zeigt.<sup>6</sup> Im übrigen sind die Bedingungen der weiteren Elaborierung der Zahlentheorie natürlich nicht auf die Erzeugung der Zahlennamen zu reduzieren. Die Mathematikfähigkeit als Gattungseigenschaft des Menschen und ihre formalen Charakteristika sind insofern ein eigenes Thema.

## 8 *Mathematik der Musik*

Schließlich hat die Mathematisierung des Geistes noch ein ganz anderes Terrain im Bereich der Musik in Betracht zu ziehen. Deren Struktur ist vereinfacht und etwas fragwürdig als Mathematik der Emotionen bezeichnet worden. Um diese griffige Formulierung vertretbar zu machen, ist zunächst folgendes zu klären:

Sprache und Arithmetik und übrigens auch die Grundlagen der Logik haben die gleiche Basis: die rekursive Kombinatorik von Symbolen. Für die Musik dagegen ist zunächst festzuhalten, daß die unzweifelhaft kombinatorische Struktur mit Iteration und Komplexbildung sich nicht auf Symbole bezieht. Es ist in der Musiktheorie heftig gestritten worden, ob, und wenn ja, in welchem Sinn, Musik eine Bedeutung hat. Abgesehen von sekundären Epiphänomenen, wie Signalen der Jagd oder des Militärs, ist so viel unstrittig: Musikalische Strukturen haben keine symbolische Bedeutung, weder in bezug auf Grundelemente, wie Themen oder Motive, die insofern gerade nicht Wörtern oder Phrasen der Sprache entsprechen, noch in deren Kombinatorik oder Abwandlung. Was die Musik – gegenüber sinn- oder bedeutungslosen Schallereignissen – vermitteln kann und soll, sind Einstellungen, Emotionen, Affekte. Dabei ist entscheidend, daß die Signalstrukturen – etwa zeitliche Gliederung, Tempo, Intensität, Repetition – mit Bedeutung verbunden sind durch Analogie, das heißt durch strukturelle Ähnlichkeit. Sofern bei musikalischen Strukturen von Bedeutung die Rede sein kann, geht es um ikonische, nicht um symbolische Zeichen. Im Kontrast zur semantischen Form sprachlicher Bedeutung habe ich daher vorgeschlagen<sup>7</sup>,

---

<sup>6</sup> Vgl. Wiese, H.: *Zahl und Numerale*, Berlin: Akademie Verlag, 1997.

<sup>7</sup> Vgl. Bierwisch, M.: *Musik und Sprache*. In: *Jahrbuch Peters, Aufsätze zu Musik*, Leipzig: Peters, 1980, S. 9–102.

von gestischer Form als Bedeutung der Musik zu sprechen. Die Konsequenzen sind mannigfacher Natur und hier nicht zu verfolgen. Zwei Hinweise machen die Differenz der Musik zu symbolischen Systemen deutlich. Zum einen ist die Negation – also eine Operation, durch die etwa es *schneit* zu es *schneit nicht* wird – musikalisch unmöglich. Wie immer ein Thema verändert oder erweitert wird, es kann nicht negiert werden, auch nicht durch Verstummen. Zum anderen ist in der Musik jede Kombination von Signalen – etwa die Wiederholung von Themen oder Motiven – notwendig mit der gleichartigen Kombination des Gemeinten verbunden. Die unterschiedliche Kombination in Laut und Bedeutung, die den Unterschied von *hundertfünf* gegenüber *fünfhundert* ausmacht, ist in der Musik nicht möglich. Die Umkehrung eines Themas oder Intervalls ist seine Umkehrung, nichts sonst.

Nach dieser Klarstellung ist nun aber zu sagen, daß die Musik aufgrund ihres ikonischen Charakters und ihrer ebenfalls kombinatorischen, algebraischen Struktur zwar auf anderem Wege, aber deshalb nicht weniger ein konstitutives Moment des Geistes ist. Schließlich wird man einer Bachschen Fuge oder einem Streichquartett von Schönberg nicht weniger spirituelle Bedeutsamkeit zusprechen wollen als einer Hymne von Hölderlin oder dem Gödelschen Unvollständigkeitssatz. Für die Mathematisierung der Musik sind nun zwei ganz unterschiedliche Aspekte zu unterscheiden, die hier wenigstens skizziert werden sollen.

Der erste betrifft die akustische Struktur des Signals und hat keine vergleichbare Parallele in der Sprache. Die Beschäftigung mit diesem Aspekt hat eine große Tradition, die in die Antike bis zu den Pythagoreern zurückreicht. Die Mathematik der musikalischen Intervalle, der Oktav-, Quint-, Terzverhältnisse und der instrumentellen Mittel, sie zu erzeugen, hat lange als zentrales Moment der musikalischen Struktur gegolten. Die Metapher von der Sphärenmusik und der *harmonia mundi* orientiert sich an der in den Tonskalen manifesten Mathematik. Daß einfache Zahlenverhältnisse mit positiver Bewertung der auditiven Verarbeitungsergebnisse korrelieren, ist zweifellos eine nicht triviale, musikästhetische Tatsache.

Die Mathematik dieses Aspekts hat mit der des zweiten nur insofern zu tun, als sie Grundbedingungen und Eckpunkte der Signalstruktur auszeichnet, Tonartverhältnisse etwa oder den Stellenwert von Tonika, Dominante etc. in der Abfolge von Themengruppen und Strukturkomplexen. Der eigentliche Bereich des zweiten Aspekts ist die Kombinatorik im sequentiellen Aufbau musikalischer Strukturen, die zunächst vergleichbar ist mit der Kombinatorik in der Signalstruktur sprachlicher Zeichen, also dem, was in Schema (3) als Artikulatorische Form AF angegeben ist. Auch AF beruht auf der linearen, an der

Zeitachse orientierten Kombination von Elementen und Einheiten, die für die Musik konstitutiv ist. Auch in AF gibt es Gruppierungen – Silben, Wörter, Intonationsgruppen – und die Möglichkeit der Repetition, im Vergleich zur Musik allerdings extrem begrenzt. Die damit angedeutete Parallelität wird unmittelbar wirksam in der gesungenen Sprache, im Lied oder in der Arie. Im Gesang werden musikalische und sprachliche Lautstruktur aufeinander abgebildet und jede bringt ihre spezielle Art der Bedeutung mit.

Während aber die artikulatorische Form der Sprache der grammatisch organisierten Bedeutung zugeordnet ist, gibt es diesen Aspekt aus den genannten Gründen in der Musik nicht. Rekursivität erzeugt daher in der Musik nur Strukturen, die in der Signalforn selbst etablierte Einheiten betreffen. Hauptmoment dieser Form der Rekursivität ist daher die lineare Reihung von Elementen oder von größeren Komplexen, prinzipiell also die Wiederholung. Dabei kann die Repetition selbst das Moment sein, das als solches Bedeutung vermittelt.

Neben der damit angedeuteten Einschränkung der musikalischen gegenüber der sprachlichen Kombinatorik gibt es aber essentiell andere, zusätzliche Möglichkeiten, die in der Musik, aber nicht in der Sprache möglich sind. Abwandlung von Motiven, Wiederholung unter Transposition, Umkehrung von Themen sind Möglichkeiten, für die die Lautstruktur natürlicher Sprachen keinen Platz hat. Ein weiteres, für die musikalische Strukturbildung entscheidendes und in sehr unterschiedlicher Weise genutztes Moment ist die Parallelität von Strukturen, also die Gleichzeitigkeit mehrerer, jeweils in sich zusammenhängender Strukturen. Auf dieser Möglichkeit beruht die Mehrstimmigkeit, die Kontrapunktik und ein großer Bereich musikalischer Komplexbildung. Diese Form der Kombinatorik ist in der Sprache grundsätzlich ausgeschlossen, übrigens auch dann, wenn sie – etwa in der Schrift oder in der Gebärdensprache der Gehörlosen – im Prinzip möglich wäre.

Alle diese Einschränkungen und zusätzlichen Möglichkeiten beruhen auf algebraisch charakterisierbaren Operationen. Das bedeutet, daß die Mathematik der Musik sich in interessanter Weise von der Sprache unterscheidet. Lehdahl und Jackendoff haben diesen Aspekt der Musik analysiert und interessante Prinzipien seiner Struktur formuliert.<sup>8</sup> Man darf erwarten, daß die Differenz und die Gemeinsamkeiten von Musik und Sprache wie auch von anderen Bereichen des Geistes durch die Klärung ihrer jeweiligen Mathematik besser, auf jeden Fall aber präziser verständlich werden als durch hermeneutische Paraphrasen.

---

<sup>8</sup> Vgl. Lerdahl, F. & R. Jackendoff: *A Generative Theory of Tonal Music*, Cambridge, Mass.: MIT Press, 1983.