Klaus Lucas

Zur Rolle der Mathematik in den Technikwissenschaften

Mathematik und Technikwissenschaften verbindet ein kompliziertes, vielfältiges Beziehungsgeflecht. Sie treiben sich gegenseitig an, bedingen sich in vielen Fällen, hassen und verachten sich aber auch gelegentlich und kommen doch nicht voneinander los. So wie der Begriff der Technikwissenschaften eine Vielzahl unterschiedlicher, teilweise gegensätzlich gearteter Gebiete umfaßt, so ist auch die Rolle der Mathematik in den Technikwissenschaften facettenreich. Jede allgemeine Erörterung hat daher notwendig etwas Grobes, Undifferenziertes, vielleicht sogar Anmaßendes an sich und fordert Widerspruch heraus. Das durchaus respektierte Einzelne soll hier jedoch zugunsten des Verbindenden zurücktreten.

Grundsätzlich und allgemein gilt, daß die Technikwissenschaften Artefakte in die Welt setzen. Ihre Aufgabe ist es nicht primär, die Natur zu verstehen, zu erklären oder gar zu mathematisieren. Sie nutzen vielmehr die Naturgesetze – ob mathematisch formuliert oder nicht – zum Aufbau dieser Artefakte und, sehr wichtig, zum Erkennen der Grenzen des Möglichen. Dabei sind die Technikwissenschaften aus historischer Perspektive empirische Wissenschaften – etwas abwertend formuliert, regelrechte Probierwissenschaften. Sicherlich waren sie keine mathematisierten Wissenschaften nach heutigem Verständnis. Wenn etwas funktionierte, war es nicht das primäre Interesse der Technikwissenschaften, den Grund dafür herauszufinden oder es gar mathematisch zu beschreiben. Man war mit der Funktionalität zunächst einmal zufrieden; der Fortschritt entwickelte sich empirisch. Charakteristisch für viele Jahrhunderte technikwissenschaftlicher Aktivitäten war insbesondere ein entspanntes Verhältnis zum Verbrauch von Ressourcen menschlicher Arbeitskraft, Raum und Zeit. Die historische Textilbleiche zum Beispiel, ohne Zweifel ein bedeutender chemotechnischer Grundprozeß, hatte einen enormen und nach heutigen Vorstellungen ganz unangemessenen Verbrauch an menschlichen und natürlichen Ressourcen. Die vorindustriellen Transportsysteme, also die Mobilität auf der Grundlage von Pferdewagen und Schiff, verbrauchten die Ressource Zeit in heute nicht mehr tolerierbarem Maße und waren durch erhebliche Störanfälligkeiten, das heißt Unsicherheiten, gekennzeichnet. Grundsätzliche Neuerung brachte, historisch gesehen, erst eine besondere technische Erfindung, die Dampfmaschine. Sie verdankt ihre Existenz nicht vorrangig der angewandten Mathematik, sondern systematischer empirischer Forschung. Die Dampfmaschine ermöglichte die zur industriellen Revolution grundlegende Konzentration von nutzbarer Energie, die nicht nur eine neue Form der Mobilität, sondern auch viele neuartige Technologien hervorbrachte.

Kurzum, die Bedeutung der Mathematik in den Technikwissenschaften, die sich heute zu einer überragenden Dimension entwickelt hat, verfügt über keine tiefen historischen Wurzeln, sondern ist eine Folge moderner Ansprüche. Blicken wir auf unsere heutigen technischen Artefakte, so sehen wir nicht nur äußerlich einen Wandel – eine Eisenbahn muß nicht nur fahren, ein chemischer Prozeß nicht nur funktionieren. Unsere Ansprüche gehen darüber hinaus: Wir wünschen optimale Lösungen in bezug auf Präzision, Schnelligkeit, Sicherheit, Wirtschaftlichkeit, Umweltverträglichkeit etc. All dies läßt sich in einem Begriff zusammenfassen: Wir wünschen Berechenbarkeit. Damit steht die Mathematik plötzlich verbal bereits im Zentrum der Technikwissenschaften, nicht im Sinne der Bedeutung in den Naturwissenschaften, möglicherweise aber als Quelle von Neuem, von Überraschungen. In den technischen Artefakten wünscht man sich keine Überraschungen, weder gute noch schlechte. In den Technikwissenschaften hat die Mathematik ganz überwiegend eine dienende Funktion. Sie soll das, was im Grunde bekannt ist und funktioniert, quantifizieren und optimieren, auch hier von Sonderfällen abgesehen.

Blicken wir zur Illustration auf einen speziellen technischen Prozeß: die Stromerzeugung im Wärmekraftwerk. Hier gibt uns die Naturwissenschaft, insbesondere die Physik, mit dem Carnot-Wirkungsgrad eine obere Grenze des Möglichen in bezug auf die Stromausbeute pro Energieinhalt des eingesetzten Brennstoffs vor. Sie ist durch eine einfache mathematische Beziehung quantifiziert. Diese Grenze kann kein Technikwissenschaftler – und sei er noch so genial – bei der Gestaltung eines Kraftwerkes mit oder ohne Mathematik überbieten. Die Aufgabe der Technikwissenschaften ist es vielmehr, sich dieser Grenze unter vielerlei Randbedingungen, insbesondere der Wirtschaftlichkeit, durch geeignete technische Strukturen anzunähern. Dabei muß man erkennen, daß eine technische Struktur wie ein Kraftwerk eine Zusammenfassung vieler Einzelteile ist, die zielgerichtet zusammenwirken müssen. Der Dampferzeuger muß nicht nur Dampf generieren, sondern dies auch mit gleichbleibender Qualität von Temperatur und Druck tun, damit die nachgeschaltete Dampfturbine daraus auf optimale Weise Strom gewinnen kann. Am Ende des Prozesses muß eine bei möglichst tiefer Temperatur gestaltete Kühlung die aus naturgesetzlichen Gründen erforderliche Wärmeabfuhr sicherstellen. Ein solches Zusammenspiel von technischen Komponenten ist ohne Mathematik nicht zu optimieren. Es wird daher ein mathematisches Simulationsmodell aufgestellt, welches die Wirkungsweise der Komponenten soweit abbildet, daß ihr Zusammenspiel bei variierenden Prozeßbedingungen rechnerisch verfolgt werden kann. Ein solches Modell kann mathematisch noch relativ einfach sein, da das Zusammenwirken der Komponenten durch eine grobe Modellbildung auf thermodynamischer Grundlage ausreichend genau beschrieben wird. Es besteht im wesentlichen aus linearen Beziehungen zwischen den relevanten Größen des Prozesses, die durch die Naturgesetze der Masseerhaltung, der Energieerhaltung und der Entropiebilanz vorgegeben sind. Wegen seiner Linearität und der Stetigkeit seiner funktionalen Zusammenhänge ist die Lösung aus solchen Gleichungssystemen mathematisch trivial. Es gibt Computercodes, die für jedermann handhabbar sind. Als Ergebnis erhält man für unterschiedliche Prozeßparameter und unterschiedliche Verschaltungen Zahlenwerte für den elektrischen Wirkungsgrad, anhand derer optimale Prozeßbedingungen herausgefunden werden können. Solche Anwendungen der Mathematik auf technische Prozesse sind heute Standard, nicht nur in der Kraftwerkstechnik.

Deutlich anspruchsvollere mathematische Methoden werden erforderlich, wenn die einzelnen Komponenten des Kraftwerksprozesses im Detail einer optimalen Gestaltung zugeführt werden sollen. Ein Dampferzeuger in einem Kraftwerk kann erhebliche Ausmaße annehmen. Er hat ganz offenbar eine spezielle geometrische Struktur, die keineswegs belanglos, sondern maßgeblich für die gewünschte optimale Funktion ist. Es ist zum Beispiel von Bedeutung, an welcher Stelle und mit welchem Impuls die Luftzufuhr und die Brennstoffzufuhr gestaltet werden, damit ein möglichst weitgehender Ausbrand mit geringer Schadstoffemmission erfolgt. Die Optimierung dieses Vorgangs wird heute nicht mehr durch reines Probieren erreicht. Man konstruiert vielmehr ein detailliertes mathematisches Simulationsmodell auf der Basis von Feldgleichungen – also Differentialgleichungen für Impuls, Masse und Energie – in Kombination mit chemischen Reaktionsgleichungen. Solch ein mathematisches Modell ist im Grunde nichts anderes als eine differentielle Formulierung der bereits im trivialen Kraftwerksmodell benutzten naturgesetzlichen Bedingungen der Masse- und Energieerhaltung, hier noch ergänzt durch die Newtonsche Impulserhaltung und die Bilanz für die Masse einer Komponente. Auf der Grundlage eines solchen mathematischen Modells lassen sich die detaillierten Feldgrößen von Temperatur, Zusammensetzung und Geschwindigkeit an jedem Ort und zu jeder Zeit im Dampferzeuger bestimmen. Diese Informationen wiederum erlauben Rückschlüsse auf seine Wirkungsweise sowie seine Optimierung unter gegebenen Randbedingungen. Auf derselben Grundlage werden auch alle anderen Maschinen und Apparate des Kraftwerksprozesses beschrieben, beispielsweise die Turbinen. Das nämliche gilt im Grundsatz für alle technischen Strukturen, deren Wirkung durch die Bilanzgleichungen von Masse, Impuls und

Energie bestimmt werden. Man muß örtliche und zeitliche Randbedingungen vorgeben, außerdem benötigt man sogenannte konstitutive Gleichungen, in denen Systemgrößen – von Viskositäten bis hin zu chemischen Reaktionsgeschwindigkeiten – auftreten, die das Gesamtgeschehen maßgeblich beeinflussen. Auch für die Lösung eines solchen Systems von Differentialgleichungen gibt es heute Computercodes. Ihre Anwendung ist naturgemäß viel schwieriger als die des trivialen Modells. Analoge Modellbildungen, allerdings auf der Basis anderer Gleichungssysteme, sind in anderen Bereichen der Technikwissenschaft üblich, so im Bauingenieurwesen, im Maschinen- und Apparatebau.

Der Stand der Mathematisierung der Technikwissenschaften ist demgemäß hoch. Wir können komplexe technische Strukturen im mathematischen Modell studieren und daraus Rückschlüsse auf die reale Funktionalität ziehen. Und dennoch gibt es auch Grenzen, und Fragen werfen sich auf: Wie detailliert und umfassend dürfen unsere Fragestellungen sein? Geben unsere mathematischen Modelle wirklich die gewünschten Antworten auf die gestellten Fragen, oder tun sie das nur im groben, statistischen oder auch eingeschränkten, das heißt nicht eigentlich belastbaren Sinn?

Einige ungelöste Probleme sollen hier dargestellt werden:

Was heißt eigentlich Optimalität? Ist es das, was Kurt Tucholsky mit „Das Ideal" beschreibt? Sollen unterschiedliche Teilziele gewichtet werden, und wenn ja, wie? Wenn schon die Villa im Grünen nicht an der Friedrichstraße liegen kann, wo ist der Kompromiß? Ganz analog sind die Ansprüche, die an technische Artefakte gestellt werden. Betrachten wir wieder das Kraftwerk. Schon bei der eigentlich simplen Frage der Wirtschaftlichkeit steht man vor dem Problem, daß diese durch Investitionskosten und Betriebskosten bestimmt wird. Beide sind bekanntlich konfliktionär, das heißt sie können nicht gleichzeitig minimiert werden. Wenn man in ausgefeilte Technik investiert, kann man Betriebskosten sparen und umgekehrt. Da man beide Kostenarten nicht sinnvoll zusammenfassen kann, wird man versuchen, die Paretomenge aller optimalen Lösungen auf die Weise zu bestimmen, daß eine Verbesserung in einem Kriterium ein anderes verschlechtert. Es ist nicht einfach, solche Lösungen zu finden, und die Mathematik hat dazu bisher keine allgemeingültigen Algorithmen beizutragen. Das gilt insbesondere im vorliegenden Fall, wenn Investitionskosten der einzelnen Komponenten unstetig variieren, zum Beispiel in Abhängigkeit von Baugrößen. Klassische mathematische Lösungsansätze versagen noch vor dieser Aufgabe. Dies gilt umso mehr, wenn weitere Teilziele, wie Energieverbrauch, Standortbedingungen etc. mit einbezogen werden.

Eine weitere Frage ist, ob ein mathematisches Gleichungssystem – und sei es noch so ausgefeilt – überhaupt die Realität wiedergibt? Wenn wir Mathematik in den Technikwissenschaften anwenden, dann postulieren wir zunächst ein abstraktes physikalisches Modell und beschreiben dies mathematisch, nicht mehr und nicht weniger. Kennen wir wirklich die Geometrien unserer Artefakte so genau, wie wir es für die detaillierte mathematische Behandlung im Modell unterstellen? Die Antwort ist nein. Kennen wir die Materialeigenschaften, die die Prozesse und die Strukturen bestimmen, genau genug, so daß wir von den Ergebnissen des Modells zuverlässig auf die Realität schließen können? Die Antwort ist wieder nein. Die Ergebnisse unserer mathematischen Modellierungen, so wertvoll sie auch sind, stehen bei der Vorhersage der Realität grundsätzlich unter schwerwiegenden Vorbehalten. Wie berücksichtigen wir diese Informationsdefizite, wie gehen wir mit Nichtwissen um? Hier gibt es unterschiedliche Ansätze: Der mathematisch gestützte Weg besteht in der Einführung stochastischer Elemente in die mathematische Modellierung. Ein Beispiel aus dem Bauingenieurwesen ist die stochastische Versagensanalyse von Gebäudekonstruktionen. Etwa die Frage, wie die Tragwerke einer Halle gestaltet sein müssen, um bestimmte Sicherheiten bei Versagen aufgrund nur unscharf bekannter Belastungen, zum Beispiel Windstärken, angeben zu können. Fazit solcher mathematischer Modellierung ist, daß im Einzelfall überhaupt keine Sicherheiten möglich sind, sondern nur noch statistisch scharfe Aussagen der Art: Bei vielen gleichen Tragwerken und plausiblen Belastungsszenarien wird eine bestimmte Anzahl 100 Jahre halten und sich in Abhängigkeit von der Gestaltung auf diese oder jene Weise verändern. Man kann dann eine Gestaltung auswählen, die mit einer bestimmten statistischen Wahrscheinlichkeit eine vorgegebene Lebensdauer erreicht.

Gerade bei der Behandlung von unscharfem Wissen in den Technikwissenschaften wird der Blick aber auch auf die Grenzen der Mathematik und auf die Erkenntnisse anderer Fachgebiete als der Mathematik gelenkt. Wenn die Anzahl unscharfer Parameter und ihre gegenseitige Abhängigkeit eine gewisse Grenze übertrifft, dann ist die Mathematik keine reale Hilfe mehr bei der Gestaltung und Bewertung technischer Strukturen. Dann gelangt man in Bereiche, wo nicht-mathematisches Grundwissen letztlich der mathematischen Modellierung überlegen ist. In den Sozialwissenschaften ist für diesen Denkansatz der Begriff der 'Begrenzten Rationalität' eingeführt worden. Die Technikwissenschaften werden zu überprüfen haben, inwieweit und unter welchen Umständen dieser Denkansatz in die Gestaltung technischer Artefakte einfließen kann, zum Beispiel in Form von einfachen Expertensystembeziehungen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen:

Zu Beginn ihrer Entwicklung waren die Technikwissenschaften empirische, durch Probieren gekennzeichnete Ansätze.

Heute stehen wir bei der mathematischen Modellierung auf hohem Niveau und können große Fortschritte bei der Gestaltung der Artefakte und der Prognose ihrer Funktion machen.

Bei zunehmender Berücksichtigung von Details der realen Welt in unseren Modellen beginnt die mathematische Modellierung an ihre Grenzen zu stoßen und es gibt Ansätze, sich von ihr abzuheben zugunsten einfacher Heuristiken.