Jochen Brüning

Einleitung

1 Vorläufige Begriffsklärung

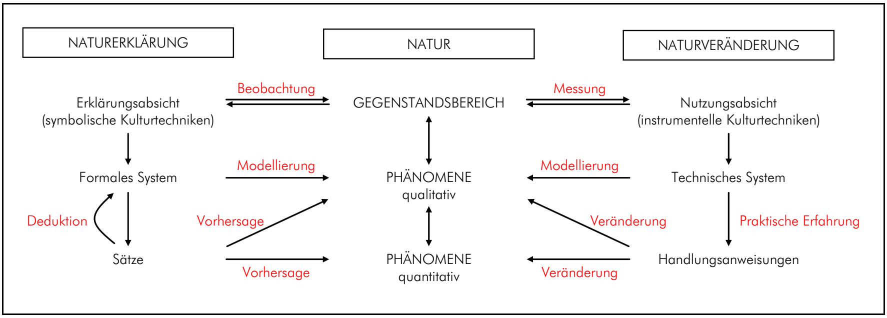
Wir betrachten den Menschen und seinen Geist als Teil der Natur. Wie alle Lebewesen nutzt der Mensch die Natur für sein Überleben, aber nur er allein hat die Fähigkeit, planvoll handelnd in die Natur einzugreifen.

Ausgangspunkt der Erörterung ist die folgende Arbeitshypothese:

Eine Mathematisierung ist eine formale Beschreibung eines Phänomens oder eines Phänomenbereiches mit dem Ziel einer so konkreten Vorausberechnung, daß damit Handlungen ermöglicht werden.

Seit mindestens 3.000 Jahren ist Mathematisierung in diesem Sinne ein Hilfsmittel der Erziehung, des Alltagslebens, der Welterklärung und der Weltveränderung. Als eines der überzeugendsten und einflußreichsten Beispiele einer gelungenen Mathematisierung gilt nach wie vor Isaac Newtons Beschreibung der Himmelsbewegungen. Zwei wichtige Aspekte – beliebig genaue Berechenbarkeit der Kenngrößen und außerordentliche Einfachheit des formalen Systems – verbinden sich in diesem Fall in idealer Weise. Für jeden, der Newtons Theorie zum ersten Mal studiert, ist wohl der Eindruck des 'Verstehens' der Natur unabweisbar.

Für die Zwecke unserer Diskussion und im Bewußtsein vielfältiger Vergröberungen lassen sich zwei unterschiedliche Motivationen der menschlichen Begegnung mit der Natur unterscheiden, nämlich die in Erklärungs- und die in Nutzungsabsicht. Dem ersten Komplex von Verhaltensformen ordnen wir die symbolischen, dem zweiten die instrumentellen Kulturtechniken zu. Diese Trennung mag etwas künstlich erscheinen, wenn man die biologisch notwendige Integration von Denken und Handeln in Rechnung stellt; sie hat sich aber spätestens mit der Differenzierung der arbeitsteiligen Gesellschaft durchgesetzt und sollte für unsere Diskussion nicht störend sein. Im folgenden möchte ich die wesentlichen Aspekte einer Mathematisierung im eben skizzierten Sinn kurz erörtern.



2 Voraussagen

Erklärungs- wie Nutzungsabsicht richten sich auf bestimmte Ausschnitte der Natur bzw. auf die Phänomene, die diese Naturbereiche konstituieren. Die betreffenden Phänomene sollen möglichst genau vorausgesagt werden, um die beabsichtigte Nutzung zu optimieren oder um eventuell drohenden Schaden abzuwenden. Stimmen Voraussage und Ergebnis überein, wird zudem die zugrundeliegende symbolische Basis gestützt. Um etwa die richtige Zeit für die Saat zu erkennen, bedarf es einer zumindest elementaren Kenntnis des Kalenders. Um aber zum Beispiel die Erntemenge – und damit die zu erhebende Steuer – nach einer Nilüberschwemmung abzuschätzen und den Landbesitz wiederherzustellen, bedarf es bereits erheblich feinerer mathematischer und technischer Kenntnisse. Allerdings ist die Qualität der Voraussagen stark abhängig von der Genauigkeit, mit der die Phänomene beschrieben werden können. Das erkennt man leicht an den Antworten auf alle Fragen, die das menschliche Schicksal oder Entscheidungssituationen betreffen. Prophezeiungen haben nach wie vor Konjunktur, und die Astrologie gibt sich immer noch als eine mathematische Wissenschaft. Dies ist deshalb für unser Thema wichtig, weil die Astrologie von je her ihre Fehlerhaftigkeit unpräzisen Meßdaten und ungenauen Rechenverfahren zuschreibt – daß sie dadurch die Entwicklung der Astronomie und der Mathematik wesentlich vorangebracht hat, scheint allerdings kein Zufall zu sein.

Einerseits ist es ein bemerkenswertes kulturelles Phänomen, daß falsche Voraussagen ihren Urhebern unter gewissen Umständen nicht angerechnet werden, wie ja schon allein die immerwährende Konjunktur der Astrologie lehrt; aber auch wissenschaftliche Schulen liefern Beispiele für dieses eigentümliche Verhalten. Andererseits kann eine Vorhersage kaum vollständiger erfüllt werden als durch die materielle Realisierung eines Planes, sei es der Bau eines Bauernhauses oder des Suez-Kanals, sei es der motorisierte Flug oder die friedliche Nutzung der Atomenergie. Eine erfüllte Voraussage wird deshalb letztlich nur dann überzeugen, wenn sie ein für alle sichtbares, leichtverständliches und möglichst überraschendes Ergebnis zeitigt. Ein mustergültiges Beispiel ist die Voraussage, mit der Carl Friedrich Gauß im Alter von 24 Jahren weltberühmt wurde: Aus den recht spärlichen Beobachtungen des italienischen Astronomen Giuseppe Piazzi gelang es Gauß, den Zeitpunkt und den Ort erneuter Sichtbarkeit des hinter der Sonne verschwundenen Kleinplaneten Ceres mit größter Präzision vorherzusagen – eine damals kaum vorstellbare Leistung.

3 Phänomene

Der ursprünglich biologische Umgang mit den 'Phänomenen' der Natur bezieht sich auf das Erkennen von Differenzen, die Handlungen notwendig machen, um sich einen Überlebensvorteil zu verschaffen oder um einer Gefahr zu entgehen. Die Aufgabe des 'Erkennens' liegt bei unseren Sinnesorganen, die so übermittelten Informationen werden vom Gehirn verarbeitet und in Handlungsanweisungen übersetzt. Daraus wird bereits deutlich, daß 'Phänomene' grundsätzlich als eine (kausale) Folge von Ereignissen, also insbesondere in zeitlicher Abfolge auftreten, und daß ihre Wahrnehmung durch den Menschen den Charakter von Messungen hat, und zwar der Messung von Unterschieden.

Die damit auftretende Notwendigkeit des Erkennens von Zustandsänderungen führt auf die wesentlichen instrumentellen Kulturtechniken des Messens (von Längen), des Zählens und des Wägens, die schon die Bibel hervorhebt. In der Folge werden vor allem solche Phänomene Gegenstand der Mathematisierung, die einem wohldefinierten Meßprozeß zugänglich sind und deren Voraussagen sich auf ein kurz gefaßtes und leicht verständliches Ergebnis reduzieren lassen: am besten eine schlichte Zahl. Wenn wir hier von Kulturtechniken sprechen, so meinen wir Techniken, die hinreichend weit verbreitet sind und sich eingeschliffen haben, und die vor allem *gelehrt* werden können. Deshalb müssen die Phänomene, auf die sie sich beziehen, mit hinreichender Regelmäßigkeit auftreten: was nur einmal geschieht, entzieht sich der Beobachtung, gewinnt nicht den Status eines Phänomens. Diese Grundtatsache spiegelt sich in der unabdingbaren Forderung nach Wiederholbarkeit aller Experimente oder Deduktionen, die als wissenschaftliches Ergebnis veröffentlicht werden.

Die Entwicklung der Meßtechniken hat zu einer Koevolution von instrumentellen und symbolischen Kulturtechniken geführt. Eine regelgerechte Messung ist nicht erst heute ein Prozeß, in dem sich technische Abläufe und ihre symbolische Verarbeitung auf das engste verbinden. Aus dieser Verknüpfung entsteht insofern ein neuer Zugriff auf die Abläufe der Natur, als aus dem Meßprozeß die Möglichkeit zur autonomen Produktion neuer, ohne den Menschen nicht denkbarer Phänomene erwächst. An erster Stelle stehen die vom Menschen ins Werk gesetzten Veränderungen der Natur, vom Ackerbau über Siedlungen und befahrbare Wege bis hin zur Erzeugung von Substanzen und Lebensformen, die es ohne menschliche Einwirkung auf unserer Erde nicht geben würde. Der Weg der kulturellen Evolution führt von der Messung zum Experiment, vielfältig unterstützt durch die erfinderische Kraft des Zufalls. Mit dem Experiment entstehen die Naturwissenschaften als diejenigen Künste, die sich auf die systematische 'Befragung' der Natur durch Variation der experimentellen Parameter verstehen. Ein instruktives Beispiel für diesen Prozeß bietet die Geschichte der Alchemie, die über dem Generalbaß der Kochkunst die Oberstimmen der Pharmakologie und der Chemie entstehen läßt. Noch für Newton tritt die Alchemie als Arbeitsfeld mindestens gleichberechtigt neben seine Optik, Mathematik und Mechanik.

Die Techniken des Messens haben in den letzten zwei Jahrhunderten eine außerordentliche Erweiterung und Verfeinerung erfahren und viele Phänomene ans Licht gebracht, die unabhängig vom Meßprozeß nicht mehr wahrgenommen werden können. Die Formulierung „ans Licht bringen" ist hier sehr wörtlich zu nehmen, denn die Phänomene der atomaren und subatomaren Physik wie der Kosmologie werden nur sichtbar durch spezifische Abbildungstechniken, die dem Meßprozeß zugerechnet werden müssen. Die sogenannte Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik zieht angesichts der Dualität von Wellen- und Korpuskeleigenschaften daraus die Konsequenz, daß (physikalisch relevante) Phänomene durch den Meßprozeß überhaupt erst definiert werden. Diese Feststellung beunruhigt nicht nur wegen der schwankenden Natur der Elementarteilchen, sondern auch im Hinblick auf ganz andere Meßvorgänge, die beispielsweise das Phänomen des „Wählerwillens" beschreiben. Wir sehen uns also gezwungen, den Meßprozeß mit all seinen Aspekten in die Definition der 'meßbaren Phänomene' aufzunehmen, über deren ontologischen Status wir ansonsten zunächst nichts aussagen.

Mit der notwendig zu fordernden Reproduzierbarkeit der durch Meßprozesse definierten Phänomene geht die Vorstellung einher, daß Meßfehler durch Mittelbildung ausgeglichen werden können und daß genügend viele und feine Messungen in aller Regel auch beliebig genaue Ergebnisse – und damit beliebig genaue Voraussagen – erbringen werden. Während dies tatsächlich auf alle Phänomene zutrifft, die sich nach dem Newtonschen Paradigma beschreiben lassen, kennen wir doch inzwischen viele Systeme – wie das Klima der Erde –, die ein „chaotisches" Verhalten aufweisen und insbesondere einer genauen Voraussage über längere Zeiträume nicht zugänglich sind. Der Grund dafür liegt in der 'Instabilität' der Gleichungen, mit denen das Klimasystem modelliert wird, die auch kleinste Meßfehler in kurzer Zeit derart aufschaukeln, daß jedes Ergebnis möglich wird – so der berühmte Schmetterlingsflug, der auf der anderen Seite der Erde einen Sturm auslöst. Es handelt sich hier um eine Eigenschaft der *Modellierung*, also des 'symbolisch-formalen Systems', das der Voraussage zugrunde liegt, die zunächst nichts mit dem Meßprozeß selbst zu tun hat. Es ist deshalb nicht ausgeschlossen, daß andere Kenngrößen – die mit anderen Meßprozessen zu erfassen wären – und andere Modellierungen zu sehr viel befriedigenderen Ergebnissen führen könnten. Ein interessantes Beispiel sind Küstenlinien, die sich in dem Sinne als „chaotisch" erweisen, daß sie einer sinnvollen Längenmessung nicht mehr zugänglich sind, weil sie auf jeder Längenskala die gleichen zerfransten Strukturen zeigen – ein als Selbstähnlichkeit bezeichnetes Phänomen. Statt einer Länge ordnet man ihnen deshalb eine „fraktale Dimension" zu, die zwischen eins und zwei liegt. Für dieses scheinbar prinzipiell nicht berechenbare Phänomen hat kürzlich Bernard Sapoval ein außerordentlich einfaches Computermodell entwickelt, daß auf wohlbekannten geologischen und geochemischen Prozessen beruht und sehr „lebensnahe" Küstenlinien produziert.

Tatsächlich wird an solchen Beispielen deutlich, daß die meisten physikalischen Vorgänge, die wir im Alltag beobachten können, eine Beschreibung der Newtonschen Art nicht zulassen; sie sind zu „komplex". Der Überlebenserfolg einer Spezies hängt jedoch entscheidend von einem sehr effektiven Umgang mit vielfältigen komplexen Systemen ab. Es steht deshalb zu erwarten, daß die Mathematisierung der Lebensphänomene – wenn sie denn gelingt – viele neue Einsichten und Vorhersagen mit sich bringen wird (und natürlich wohl auch eine neue Mathematik). Aus dieser Sicht besteht Newtons geniale Leistung gerade darin, genau die Gruppe von Phänomenen im Bewegungsgeschehen der Himmelskörper isoliert zu haben, die einer vollständig exakten Beschreibung zugänglich waren.

4 Formale Systeme

Nach dieser ersten Klärung der Begriffe 'Phänomen' und 'Vorhersage' wende ich mich nunmehr den 'formalen Systemen' zu, deren Aufgabe innerhalb des Mathematisierungsprozesses darin besteht, die gewünschte Vorhersage auf der Basis der Meßdaten zu liefern. Das oben erwähnte Beispiel der von Gauß wieder aufgefundenen Ceres zeigt exemplarisch, welche Schritte zu leisten sind: Das in Rede stehende Phänomen wird zunächst modelliert, das heißt, in ein deduktives System übersetzt. Dieses System bestimmt dann aus einer kleinen Zahl von a priori als wahr angenommenen Sätzen – den Axiomen – durch logische Schlüsse *und* rechnerisches Verarbeiten der Meßergebnisse die gewünschte Voraussage. In diesem Fall ist das deduktive System die Newtonsche Mechanik, die uns die Bahn der Ceres – bis auf sehr kleine und zunächst vernachlässigbare Störungen – als eine Ellipse angibt, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Unter den unendlich vielen denkbaren Ellipsen wird nun die wahre Bahn durch die Meßdaten bestimmt. Allerdings muß diese Bestimmung so explizit ausgeführt werden, daß der Ort des Asteroiden zu einem beliebigen Zeitpunkt in der Zukunft möglichst genau vorausberechnet werden kann. Gauß gibt zunächst ein rechnerisches Verfahren an, um eine elliptische Bahn im Raum aus vier gemessenen Bahnpunkten zu bestimmen. Dann entwickelt er die Algorithmen, um diese Bahn rechnerisch beliebig genau zu bestimmen und führt die notwendigen und sehr umfangreichen Rechnungen (mit Bleistift und Papier) aus. Schließlich verwertet er die Daten Piazzis in einer geschickten Mittelbildung und erreicht sein Ziel.

Man sieht an diesem Beispiel, daß das formale System der Newtonschen Mechanik allein *nicht* ausreicht, um die gewünschte Voraussage zu erreichen; es muß zusätzlich algorithmisch ausgewertet werden. Während der Entwurf von Algorithmen der symbolischen Seite zuzurechnen ist, also durch logische Deduktionen erfolgt, muß die Implementierung, das heißt die tatsächliche Durchführung der Rechnung, eher auf der instrumentellen Seite gesehen werden. Es scheint deshalb sinnvoll, in den Begriff des ‘formalen Systems’ für die Zwecke unserer Diskussion sowohl die ‘symbolischen formalen Systeme’, das heißt logisch deduktive axiomatische Systeme, als auch automatisierte technisch-algorithmische Prozesse aufzunehmen, die ich zusammen mit ihrer Implementierung als ‘instrumentelle formale Systeme’ bezeichnen möchte. In diesem Sinne leistet dann auch ein technisches System, das algorithmisch arbeitet, eine Mathematisierung; diese Begriffserweiterung scheint deshalb angemessen, weil sich, wie schon betont, in der Entwicklung solcher Systeme in aller Regel symbolische und instrumentelle Kulturtechniken vielfach verschränken und vielfach gegenseitig beeinflussen.

Demzufolge ist ein ‘symbolisches formales System’ (oder eine Theorie) zunächst einmal ein axiomatisches System im Sinne des Hilbertschen Formalismus. Es stützt sich auf eine formale logische Sprache, in der die Grundtatsachen, die Axiome, sowie alle „einschlägigen“, das heißt grammatisch richtigen Sätze formuliert werden. Axiome bedürfen keines Beweises, sie werden als fundamentale „wahre“ Sätze, als „selbstevident“ angenommen. Zugleich aber wird erstens ihre *Widerspruchsfreiheit* gefordert, das heißt, aus allen nur denkbaren logischen Operationen in diesem System darf sich niemals ergeben, daß ein einschlägiger Satz sowohl wahr als auch falsch ist. An diesem „Tertium non datur“ läßt sich im Hinblick auf gewisse Bereiche der Realität durchaus ernsthaft zweifeln. Problematischer jedoch ist das Faktum, daß die Forderung der Widerspruchsfreiheit innerhalb des Systems selbst nicht befriedigend entschieden werden kann: Sie verlangt eine axiomatische Erweiterung der verwendeten logischen Werkzeuge. Zum zweiten wird – ungleich problematischer – dem Axiomensystem *Vollständigkeit* abverlangt, das heißt, daß alle einschlägigen Sätze entweder wahr oder falsch sind; es muß also entweder der Satz selbst oder sein logisches Gegenteil beweisbar sein. Diese Forderung hat Kurt Gödel 1931 als definitiv unerfüllbar nachgewiesen, indem er zeigte, daß in jedem hinreichend gehaltvollen formalen System Sätze existieren, die nicht beweisbar oder widerlegbar sind und damit selbst axiomatischen Charakter haben. Damit war zwar der Formalismus in Hilberts striktem Sinn als wissenschaftliches Programm erledigt, die Praxis der Mathematik und der Mathematisierungen jedoch wurde von Gödels „Unvollständigkeitssatz“ kaum berührt, weder quantitativ noch qualitativ.

Die Praxis der Mathematik besteht in nichts anderem als in der „Explikation der Axiome“, das heißt im tatsächlichen Beweis möglichst aller einschlägigen Sätze einer Theorie. Dies ist einerseits eine etwas unbefriedigende Tätigkeit, da ja der logische Gehalt der Theorie mit der Wahl der Axiome unabänderlich festgelegt ist; andererseits erweist es sich häufig als außerordentlich schwierig, zu einem beliebigen einschlägigen Satz einen Beweis oder eine Widerlegung zu finden. Der Erfolg eines Mathematikers hängt deshalb entscheidend von seiner Fähigkeit ab, in der unendlichen Mannigfaltigkeit einschlägiger Sätze *lösbare* Probleme zu isolieren, also solche Aussagen, deren Beweis mittels bereits bekannter Sätze und bereits vorhandener, geeignet modifizierter oder gar ganz neuer Methoden erreichbar ist. Wie Gödels Ergebnis zeigt, gibt es dafür kein automatisierbares Verfahren. Allerdings kann eine spezifische Beweismethodik durchaus in quasi-mechanischem Vorgehen eine Fülle von Ergebnissen zeitigen, die zunehmend komplizierter, aber aufgrund der etablierten Methodik dann eben „voraussagbar“ sind.

Ob ein neuer Beweis allerdings „interessant“ ist, also von vielen Mathematikern aufmerksam zur Kenntnis genommen wird, ist eine kollektive Entscheidung der Wissenschaftler, die sich mit der in Rede stehenden Theorie in irgendeiner Form beschäftigen. Dafür mögen viele Faktoren, mitunter auch zufällige, ausschlaggebend sein. Für die unmittelbare Wirkung aber ist sicher entscheidend, daß das vorgelegte Ergebnis weithin sichtbar, leichtverständlich und überraschend ist. Eine weitergehende Wirkung kann sich dann ergeben, wenn der Beweis eine neue Verbindung zwischen verschiedenen axiomatischen Systemen herstellt und damit gleichsam die Fesseln der gegebenen Theorie sprengt.

Um beide Effekte zu illustrieren, möchte ich nochmals die Wiederentdeckung von Ceres anführen, die exemplarisch alle Kriterien erfüllte, die unmittelbare und weitreichende Aufmerksamkeit sichern. Die Fesseln der Newtonschen Theorie sprengte diese Mathematisierung jedoch keineswegs, im Gegenteil: Sie gehört zu den wenigen Gaußschen Leistungen, die schon bald durch wesentlich leistungsfähigere ersetzt wurden, so daß sein damals so spektakuläres Resultat heute nur noch historisches Interesse verdient.

Völlig anders verhält es sich mit einer Schrift, die Gauß im Jahre 1800 publizierte. Diese „Disquisitiones arithmeticae“ wurden zu einem der einflußreichsten Bücher auf dem Gebiet der Zahlentheorie und sind noch heute sehr lesenswert. Im letzten Kapitel löst Gauß ein berühmtes Problem der griechischen Antike: Er beantwortet die Frage, welche in einen Kreis einbeschriebenen regelmäßigen n-Ecke mit Zirkel und Lineal konstruiert werden können. Die Griechen kannten die Konstruierbarkeit von Dreieck und Fünfeck und glaubten, daß das Siebeneck nicht konstruierbar sei. Gauß bestätigte dies und gab eine eindeutige Antwort für jede Zahl n; daraus ergab sich unter anderem, daß das regelmäßige 17-Eck konstruierbar ist. Diese Anwendung der Arithmetik auf die Geometrie wurde vom Publikum als Grenzüberschreitung und Loslösung der Arithmetik vom angestammten Gegenstandsbereich empfunden. Der französische Mathematiker Louis Poinsot kommentierte dies in seiner Rezension der „Disquisitiones“ 1807 mit den Worten: „Mais dans les sciences mathématiques toutes les verités se tiennent par une chaine nécessaire.“

Die Tätigkeit des Beweisens ist also mehr als ein tautologischer Vollzug. Sie ist immer begleitet von der Suche nach neuen, möglicherweise stärkeren axiomatischen Strukturen, die dann eine neue theoretische Entwicklung im Zuge ihrer Explikation einleiten. Jeder Beweis ist ein Experiment mit dem Ziel, verborgene Strukturen aufzuspüren. Gauß' Entdeckung markiert den Zeitpunkt der Konstituierung der „Reinen Mathematik“ als selbständige „Strukturwissenschaft“. Zu ihrem Selbstverständnis und zu ihrer Rechtfertigung bedarf sie seitdem nicht mehr des Verbundes mit instrumentellen Techniken im Zuge des Mathematisierungsprogramms.

Das bedeutet nicht das Ende des Mathematisierungsprogramms, im Gegenteil; aber für die Mathematik war ihre Rolle in diesem Programm nicht mehr der ausschließliche Existenzgrund. Nachdem sie autonome, „innere“ Gesetze ihres Fortschreitens für sich in Anspruch nehmen konnte, folgte dann auch eine beispiellos erfolgreiche Entwicklung, die bis in unsere Zeit andauert und sich womöglich noch verstärkt. Umso deutlicher stellt sich die Frage nach der Bedeutung des Mathematisierungsprogramms für die Entwicklung der Mathematik (wie der Technik) insgesamt und nach den Faktoren, die seine Dynamik bestimmt haben und bestimmen.

Aus mindestens zwei Gründen dürfte die Entdeckung der Mathematisierbarkeit als Möglichkeit der sicheren Voraussage von Ereignissen für die Entwicklung der instrumentellen, aber vor allem der symbolischen Kulturtechniken entscheidend gewesen sein. Zum einen haben nur diese Erfolge den Mehrwert erwirtschaftet, der es erlaubte, einzelne bzw. kleinere Gruppen von Stammesmitgliedern von der unmittelbaren Daseinsvorsorge zu befreien, so daß sie sich der Entwicklung neuer, vor allem symbolischer Kulturtechniken widmen konnten. Zum anderen hatten die symbolischen Techniken sicher die Existenz von ausgefeilten instrumentellen Kulturtechniken, also von Kunstlehren, zur Voraussetzung, deren Erlernen und Abstimmen in einer eng kooperierenden Gruppe den Rückhalt für Abstraktionen bildete. Aus diesen Abstraktionen entsprangen Vereinfachungen und Übertragungen der Kunstlehren und damit die Grundlage für weiterreichende, häufig vom Zufall unterstützte Techniken, so daß instrumentelles Handeln und symbolisches Verstehen in ein Verhältnis gegenseitiger Verstärkung traten. In der hellenistischen Wissenschaft von Euklid und Archimedes begegnen wir denn auch Mathematisierungen mit bereits weitgehend ausbalancierten theoretischen und technischen Anteilen.

Die entscheidende Verknüpfung zwischen dem symbolischen und dem instrumentellen formalen System besteht in einer ‘Modellierungs’-Vorschrift, welche die Kenngrößen des Meßprozesses im Rahmen des formalen symbolischen Systems interpretiert. Damit werden dem betrachteten Bereich von Phänomenen Begriffe und Relationen unterlegt – die *Hypothesen* der Theorie –, die in aller Regel viel mehr an formalen Implikationen mit sich bringen, als durch Messungen tatsächlich belegt werden kann. Nicht selten werden Hypothesen konstatiert, die keiner direkten Messung zugänglich sind. Die Architektur des formalen symbolischen Systems ist deshalb nicht a priori zwingend, sie kann im besten Falle „die Phänomene retten“, ohne aber einen Wahrheitsanspruch geltend machen zu können; denn es kann nie ausgeschlossen werden, daß eine andere Theorie zu noch besseren Voraussagen führt. Darüber hinaus bedeutet die erfolgreiche Implementierung einer Theorie eine reale Konsistenzprüfung, einen nicht zu unterschätzenden Schutz gegen innere logische Widersprüche. Des weiteren ergeben sich aus Zusammenhängen der Meßdaten häufig, wenn auch nur selten zwangsläufig, die „richtigen“ einschlägigen Fragen an die Theorie. Durch solche Realitätsprüfungen wird die Spreu der unendlich vielen gleichberechtigten formalen Sätze der Theorie vom Weizen der wichtigen getrennt (und das Gödelsche Gespenst auf Abstand gehalten). Von dieser Rückkoppelung hat die Mathematik in ihrer Entwicklung außerordentlich profitiert, und das wird auch weiterhin so bleiben, obwohl dies manchmal nicht mit genügender Deutlichkeit gesehen wird. Nicht zuletzt ist der allgegenwärtige Computer ein formales instrumentelles System, dessen Wirkungsweise – nach erfolgreicher Gewöhnung – kaum noch wahrgenommen wird.

Ein vergleichbarer Effekt ist für die Technik zu vermerken, die dazu neigt, die Erfolge der Theorie durch Verkleidung als „Hardware" unter ihrer Benutzeroberfläche verschwinden zu lassen, wofür wiederum der Computer die schönsten Beispiele liefert, unter anderem in seiner Inkarnation als Navigationssystem. Tatsächlich wird der Prozeß der technischen Entwicklung vom Zwang zur optimierenden Automatisierung getrieben, und jedesmal wenn ein gewisser Abschluß erreicht ist, läßt sich guten Gewissens die Unabhängigkeit von der Theorie behaupten. Das gilt übrigens auch für die von der Quantenmechanik inspirierten technischen Effekte, deren schlichte Wirksamkeit im Laser oder im Halbleiter alle bohrenden Fragen nach grundsätzlichem Verständnis scheinbar überflüssig werden läßt. Allerdings schöpft die technische Entwicklung auch aus anderen, weniger leicht zu beschreibenden Quellen als der Theorie, die Teil ihrer ursprünglichen Konstitution als instrumentelle, also handelnde Kunstlehre zu sein scheinen. Sie manifestieren sich nicht nur in optimierenden, sondern auch in spielerischen Antrieben, die dem Fortschritt durch glückliche Zufälle die Türen öffnen. Der theoretische Anteil ist aber sicher in einem qualitativen Wachstum begriffen, so daß immer komplexere Systeme mit immer größerer Reichweite mathematisiert werden, deren Folgen immer globaler und langfristiger – und damit immer schwerer abzuschätzen – sind.

5 Wissenschaft und Wissen

Bei aller Bedeutung, die den vielfältigen Mathematisierungen in Vergangenheit und Gegenwart für das Dasein des Menschen zukommt, muß man doch fragen, welche Aspekte des Lebens durch diese Methoden erfaßt werden können und welche möglicherweise – oder sogar sicher – nicht. Bis vor nicht allzu langer Zeit hätte man leicht Einverständnis darüber erzielen können, daß die geistig-moralische Sphäre der menschlichen Existenz keinesfalls angemessen mathematisiert werden kann, was nicht zuletzt die quantitativ höchst unbefriedigenden Voraussagen der Wahlforscher wie der Wirtschaftsweisen, der Politologen wie der Astrologen unbarmherzig bezeugen. Das unmittelbar sichtbare Hindernis jeder Mathematisierung dieser Phänomene liegt in ihrer Komplexität, die sich auch nicht durch geeignete Experimente reduzieren läßt, weil letztere entweder nicht möglich oder nicht zumutbar sind. Ich hatte jedoch schon darauf hingewiesen, daß allein das Versagen der bekannten Methoden nichts über die prinzipielle Unmöglichkeit einer Mathematisierung besagt, genauso wenig wie Erfolge auf anderen Feldern, und seien sie noch so spektakulär. Die Wissenschaft kann sich durch solche Erwägungen – die sie zweifellos beschäftigen müssen, weil sie ein zentrales Problemfeld auch ihres Selbstverständnisses berühren – allerdings nicht davon abhalten lassen, die Grenzen des „ignoramus“ immer wieder auszuloten und, wo immer möglich, hinauszuschieben.

Schließlich könnte man fragen, wie aus der unüberschaubaren Zahl von Mathematisierungen und eventuell weiteren wissenschaftlichen Leistungen ein Ganzes, ein Wissen also, entsteht. Die vielfältige Klage über die Fragmentierung des Wissens durch Spezialisierung ändert ja nichts am Zwang zur Synthese, schon allein deshalb nicht, weil lebensgerechtes Wissen, wie eingangs betont, zu Handlungsanweisungen führen muß. Das gilt für den einzelnen Menschen genauso wie für Organisationen und Institutionen, die alle täglich den ‘executive summary’ produzieren, auf dessen Grundlage sie entscheiden. Wie Entscheider wirklich zu ihren Entscheidungen kommen, scheint im einzelnen kaum bekannt zu sein, aber wir dürfen wohl annehmen, daß Mathematisierungen, auch wenn sie ausdrücklich ins Feld geführt werden, dabei die geringste Rolle spielen. Aufgabe der Wissenschaft insgesamt muß es deshalb sein, neben allem Streben nach weiteren gelungenen Mathematisierungen (oder andersartigen problemlösenden Strategien) auch den Zusammenhang und die Verfügbarkeit des verläßlichen Wissens zu fördern, wobei die Frage, wie das am besten zu geschehen hätte, sicherlich eine eigene Diskussion wert wäre.