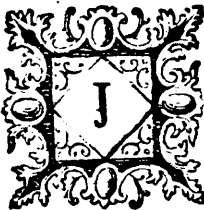


M E T H O D E
 DE TROUVER LE VRAI LIEU GEOCENTRIQUE DE
 LA LUNE PAR L'OBSERVATION DE L'OCCULTATION D'UNE
 ETOILE FIXE.

P A R M R. E U L E R.



I.

e suppose qu'au lieu où l'observation se fait, l'elevation du pole soit connue, dont le complement PZ soit $= p$. Z marquant le zenith & P le pole (fig. 1.)

II. Le moment, quand l'étoile S se cache derriere le disque de la Lune, sera determiné selon le tems vrai, par lequel on connoitra l'angle horaire $A P \odot$ compris entre le meridien $A Z P$ & le cercle de declinaison du Soleil $P \odot$: soit cet angle $A P \odot = b$, l'ascension droite du Soleil pour ce tems, ou l'angle $\gamma P \odot = a$.

III. De plus l'ascension droite de l'étoile S étant connue soit $= e$, & sa distance au pole ou l'arc $SP = d$; donc puisque $\gamma PS = c$, il y aura $\odot PS = c - a$, & partant l'angle $ZPS = b - c + a = e$.

IV. Dans le triangle PZS connoissant les cotés $PZ = p$, $PS = d$, avec l'angle $ZPS = e$ on trouvera
 $\text{cos } ZS = \text{cos } e \text{ si } p \text{ si } d + \text{cos } p \cdot \text{cos } d$.

$$\cot PZS = \frac{\cos d \sin p - \cos e \sin d \cos p}{\sin e \sin d} \quad \& \quad \cot PSZ = \frac{\sin d \cos p - \cos e \cos d \sin p}{\sin e \sin p}$$

V. Par l'observation on connoitra le point S du disque de la Lune, où l'étoile se cache & l'angle S Z L, au centre de la Lune, que fait le rayon S L avec la ligne verticale Z L; soit cet angle S L Z = g ; d'où l'on tirera à peu près la distance apparente du centre de la Lune L au Zenith Z, ou l'arc Z L, qu'il suffira de connoitre à peu près pour le commencement; soit donc ZL = b .

VI. Pour le tems de l'observation, l'ayant réduit au Meridien de Paris (ce qui se fera sans une erreur trop grossière, quoique la longitude du lieu de l'observation ne soit pas connue exactement; car il suffira de connoitre ce tems à peu près) on calculera des tables de la Lune la parallaxe horizontale, & le diametre apparent horizontal, où l'on se trompera à peine de quelques secondes, quoique ni le tems soit exactement connu, ni les tables parfaites au dernier degré. Soit donc la parallaxe horizontale = μ & le demi diametre horizontal apparent = ν .

VII. Cela posé (fig. 2.) (où C T est le rayon de la Terre) soit r le vray rayon de la Lune, & nous aurons Z T L = b ; $\mu = \frac{CT}{CL}$; $\nu = \frac{r}{CL}$; & la vraye distance de la Lune au Zenith, vue du centre de la Terre, fera l'angle Z C L = $b - CLT$: or $\sin CLT = \frac{CT \sin h}{CL} = \mu \sin b$, lequel angle étant fort petit, nous aurons l'angle Z C L = $b - \mu \sin b$, & partant la parallaxe de hauteur = $\mu \sin b$. De plus le rayon apparent de la Lune S L (fig. 1.) fera au rayon horizontal ν comme C L: T L, d'où nous aurons S L = $\frac{\nu \cdot CL}{TL} = \frac{\nu \sin h}{\sin(h - \mu \sin h)} = \frac{\nu \sin h}{\sin h - \mu \sin h \cos h}$ ou S L = $\frac{\nu}{1 - \mu \cos h}$.

VIII. Ayant

VIII. Ayant à cette heure trouvé la vraie valeur de $S L = \frac{v}{1 - \mu \operatorname{cof} h}$ & l'angle $S L Z$ étant $= g$, le triangle $S L Z$ donnera $\sin S Z : \sin g = \sin S L : \sin S Z L$; d'où nous aurons $\sin S Z L = \frac{\sin g \cdot \frac{v}{1 - \mu \operatorname{cof} h}}{\sin S Z}$. Mais nous nous pourrions passer de cet angle, en menant de S sur $Z L$ la perpendiculaire $S t$, dont on connoitra la valeur par l'observation, où il fera $S t = S L \cdot \sin g = \frac{v \sin g}{1 - \mu \operatorname{cof} h}$ de sorte qu'en tout cas on pourra réciproquement trouver l'angle $S L Z = g$, connoissant cette perpendiculaire $S t$.

IX. Ayant déjà trouvé $Z S$ & l'angle $Z S P$ soit $Z S = m$; $Z S P = n$, & nous aurons $\operatorname{cof} Z S t = \frac{\operatorname{tang} S t}{\operatorname{tang} m} = \frac{v \sin g}{(1 - \mu \operatorname{cof} b) \operatorname{tang} m}$ & $\operatorname{cof} Z t = \frac{\operatorname{cof} S t}{\operatorname{cof} m}$. Or puisque $Z t$ ne differe que très peu de $Z S$, & que $S t$ est très petit, soit $Z t = Z S - \omega$, & nous aurons $\operatorname{cof} m \operatorname{cof} \omega + \sin m \sin \omega = \frac{\operatorname{cof} m}{1 - \frac{1}{2} S T^2} = \operatorname{cof} m + \frac{1}{2} \operatorname{cof} m \cdot S t^2$ & partant $\sin \omega = \frac{S t^2}{2 \operatorname{tang} m}$, ou $\omega = \frac{v v \sin g^2}{2(1 - \mu \operatorname{cof} h)^2 \operatorname{tang} m}$, de sorte que $Z t = m - \frac{v v \sin g^2}{2(1 - \mu \operatorname{cof} h)^2 \operatorname{tang} m}$ & $Z L = Z t + \frac{v}{1 - \mu \operatorname{cof} h} \operatorname{cof} g$, qui fera la véritable valeur de b , laquelle étant différente de celle qu'on aura trouvé auparavant, on la pourra substituer au lieu de celle-là, & refaire ce calcul.

X. Soient ces quantités que nous venons de trouver $S t = \frac{v \sin g}{1 - \mu \operatorname{cof} h} = q$; l'angle $Z S t = r$; de sorte que $\operatorname{cof} r = \frac{q}{\operatorname{tang} m}$,
 nous

nous aurons $u S t = r - n$, & partant $S u = \frac{q}{\text{cof}(r-n)}$, $t u = q \text{ tang}(r-n)$; & l'angle $S u t = 90^\circ - r + n$. Par conséquent $P u = d - \frac{q}{\text{cof}(r-n)}$.

XI. Qu'on prenne $L l = \mu \text{ si } b$, pour avoir le vrai lieu géocentrique l du centre de la Lune; & il y aura $l u = \frac{v}{1-\mu \text{ cof } h} \text{ cof } g$

$+ q \text{ tang}(r-n) - \mu \text{ si } h = \frac{q}{\text{tang } g} + q \text{ tang}(r-n) - \mu \text{ si } b = s$: de sorte que s sera connu $= l u$. De là on obtiendra: $P l = P u + s \text{ si}(r-n) = d - \frac{q}{\text{cof}(r-n)} + \frac{q \text{ si}(r-n)}{\text{tang } g} + \frac{q \text{ si}(r-n)^2}{\text{cof}(r-n)} - \mu \text{ si } h \text{ si}(r-n)$. Et par conséquent la vraie distance du centre de la Lune au pôle sera:

$$P l = d - q \text{ cof}(r-n) - \frac{q \text{ si}(r-n)}{\text{tang } g} - \mu \text{ si } h \text{ si}(r-n)$$

XII. Depuis l'angle $l P S$ fera $= \frac{s \text{ cof}(r-n)}{\text{si } P l}$

$$= \frac{\frac{q \text{ cof}(r-n)}{\text{tang } g} + q \text{ si}(r-n) - \mu \text{ si } b \text{ cof}(r-n)}{\text{si } P l}$$

Par conséquent l'ascension droite du centre de la Lune, ou l'angle $\sphericalangle P l$, fera $= c - l P S$: & cet angle $l P S$ étant trouvé, on en obtiendra tant la déclinaison que l'ascension droite de la Lune, pour le moment de l'observation.