VI.

G. G. L.

De Elevatione Vaporum, & de corporibus quæ ob cavitatem inclusam in äere natare possunt.

(1.)

CUr vapores calore eleventur non spernenda quæstio est, atque inter alia non malè concipiuntur in illis Bullæ insensibiles ex pellicula aquæ & äere incluso constantes, quales sensus in liquoribus spumescentibus ostendit: Et bullis hujusmodi olim in Hypothesi physica juvenis ad multa explicanda sum usus. Data igitur tali bulla, sed quæ äerem contineat ambiente rariorem; fieri potest ut plus valeat raritas äeris inclusi quam pondus pelliculæ aqueæ includentis, sitque adeo bulla tota minus gravis quam äer ambiens paris spatii, quo facto ex legibus Hydrostaticis bulla ascendet, quamadmodum vas ferreum clausum äere plenum in aqua ascendere debet, si pro ponderis ratione satis habeat capacitatis: nec plus hic præstat vis elastica ambientis äeris, quam gravitas columnæ äereæ, quia à columnæ gravitate vis elastica in singulis partibus oritur eique æquipollet

(2.) Sed magna hic se objicit difficultas, quod äer ambiens minus rarus incluso, vi sua elastica bullam compressurus videatur: ita äer inclusus ad consistentiam redibit consistentiæ ambientis parem. Hic ergo sciendum est duplicem in äere *vim* esse se *dilatandi* aut dilatationem suam tuendi: unam *insitam*, alteram *supervenientem*. Insita est quam *Elasticam* vocamus, quæ sese exerit, non tantum ubi intra angustias magis solito comprimitur, ut in ventaneis sclopetis; sed etiam in äere nostro ordinario, quem ab incumbente pressum sublata ejus pressione se dilatare, (si non alius äer æquè pressus aut aliud impedimentum obstet) didicimus maximè ex artificio Recipientis exhausti olim per virum egregium *Ottonem Gerikium* invento: nam vesicæ flaccidæ se sponte inflant in tali Recipiente; imo etiam in äere libero, si ex valle in montem arduum transferantur, quia sic minus premuntur.

(3.) *Superveniens* äeri *Vis dilatatrix*, Elasticæ vicem supplens, est Calor aut aliquid analogum calori in fermentatione aut simili naturæ operatione: ita fieri poteſt ut äer bullæ incluſus rarior ambiente ſuſtineat ſe tamen nec ab ambiente comprimi patiatur, quod Thermometrorum experimento ad oculum conſtat: & quanto major eſt calor aut alia vis äerem intus dilatans, eo magis pellicula aquea attenuabitur & extendetur. Sed nova hic quæſtio ſurgit, quomodo oriri poſſint tales bullæ, cum idem eſſe videatur calor äeris incluſi & ambientis. Reſpondeo futurum eſſe ut äer incluſus majorem calorem concipiat quam quem ipſæ habent particulæ äeris externi, quoniam äer ambiens in motu eſt majore quam bulla & diverſo à motu bullæ, unde & novæ ejus particulæ calidæ ad eandem bullam continuo fluxu appellentes, inſtar venti calidi, äeris novo ſemper contactu novum caloris gradum imprimunt pelliculæ, & per eam äeri incluſo; uti ſentimus manum magis incaleſcere aut frigeſcere ſi in aquâ calida aut frigida moveatur, quam ſi in ea quieſcat. Idemque eſt ſi non manus in aqua, ſed aqua circa manum moveatur; quoniam ſcilicet eandem manus partem multæ particulæ aqueæ ſucceſſivè attingunt, ſuamque ei qualitatem imprimunt. Ex hoc principio vinum in lagena vitrea velociter per aquam frigidam huc illuc mota, aut aqua mota circa lagenam, citius refrigerari conſtat.

(4.) Intellecta jam cauſa cur bullulæ vaporis aſcendant, non difficulter explicabitur cur rurſus cadant. Nam calore paulatim evaneſcente, comprimetur bullula ab aere ambiente, ut aer incluſus ceſſante adventitia dilatatione ad parem cum eo conſiſtentiam redeat: quo facto neque aſcendere in aere, neque ſuſtinere ſe poteſt aquea pellicula, non magis quam vas ferreum in aqua natare aut aſcendere poteſt, ſi aqua repleatur.

(5.) Interim fieri poteſt, ſoletque, ut vapores, etiam ad cadendum parati nonnihil in aere ſuſpenſi maneant, eo modo quo pulviſculi in aere ſuſtinentur, quia aer, ut omne fluidum, aliquem habet gradum tenacitatis ſeu nexûs partium, ut vi aliqua quantulacunque opus ſit ad perrumpendum; quæ proportionalis eſt ſuperficiei corporis quod aerem perrumpere debet. Et quia corpora valde exigua exiguum pondus habent pro portione ſuæ ſuperficiei, hinc non obſtante ſuo pondere ſæpe ſuſpenſa hærent, & tantum motu aeris ſuſtinentis huc illuc jactantur; idem ergo bullulis guttiſque admodum exiguis contingit. Sed ſi plures guttulæ concurrant, quod fit ipſa jactatione & motu, concreſcunt in unam majorem: & quia ſuperficies creſcunt tantum ut quadrata, pondera autem ut Cubi diametrorum, hinc

fit

fit ut bulla vel gutta satis virium ad cadendum crescendo nanciscatur; & superiores etiam inferioribus incidentes cum eis coalescant, & crescant magis.

(6) Porro ex eadem Geometrica ratione contrarium oritur, ut corpora gravia in vasis formam redacta, ob Vacuum inclusum natent aut ascendant in liquore minùs licet specificæ gravitatis habente, exempli causa vas ferreum in aqua, & pellicula aquea in aere. Memini aliquando Hanoveræ tempore Serenissimi Ducis Iohannis Friderici, plebem tanquam ad miraculum concurrere, quod ferrum, velut Elisæi tempore, in aqua nataret. Culina aulæ ad Leinam flumen sita, ingentem habebat sartaginem seu ollam ferream, catena alligatam: cum ecce fluvius ultra solitum exundans, ad ollam usque pervenit, eamque fluitantem huc illuc agit. Nempe ex Archimedis regula, si vas capiat pondus aquæ majus suo; in aqua natabit: si autem vas majus majusque assumatur, crescunt pondera vasis fere ut superficies, sed cavitates crescunt ut soliditates; id est pondera vasorum ut quadrata diametrorum, capacitates (adeoque pondus aquæ quod continere possunt) ut cubi. Ita fit ut augendo vasis capacitatem mox pondus vasis à pondere quod continere potest, vincatur, & vas natare possit.

(7) Ex hoc principio Franciscus Lana, è societate JEsu vir ingeniosus, in libro Italico quem *Prodromo della arte Maestra* inscripserat, (quem postea Tomi tres titulo Magisterii naturæ & artis sunt secuti) spem conceperat posse globum æneum parari tantæ capacitatis ut aere exhaustus in aere assurgeret & nataret; inque eam rem sedecim diametri pedes sufficere crediderat; sed calculo comperi globo immensæ magnitudinis nec facile humana vi parabili aut contra vim immensam aeris incumbentis duraturo, opus fore, quod calculo subducto ostendere placet, quia eâdem opera apparebit, quantam oporteat esse tenuitatem pellicularum aquearum in vaporibus, pro raritate aeris inclusi, ut tales vapores ascendere possint.

(8.) Experimentis compertum est gravitatem specificam aquæ circiter 800 vicibus gravitatem specificam aeris ordinarii continere: Hanc autem ponamus, d vicibus continere gravitatem specificam seu densitatem aeris in bulla inclusi; pondus autem aeris ordinarii, qui sit paris spatii cum Bulla vaporis de qua agitur, esse p. Bullæ centrum sit A, sphæræ aeris inclusi radius sit A B, at sphæræ totius bullæ radius A C. Erunt: Spatium aeris inclusi ut cubus ab A B, spatium totius bullæ ut cubus ab A C, ſpatium quod pellicula occupat ut horum cuborum differentia. Ponamus id ſpatium pelliculæ eſſe ad ſpatium totius bullæ, *ut* 1. *ad*. r; erit ſpatium pelliculæ, ut Cub. A C. diviſus per r, qui æquatur ipſi Cub. A C - Cub. A B; itaque Cub. AB = Cub. A C - Cub AC ($:r$) hoc eſt *diviſo* per r = Cub. AC, $1-(1:r)$ = Cub. AC, $r-1, :r$. Atque adeo Cub. AB ad Cub. AC, *ut* $r-1$ *ad* r, ſed pondus aeris incluſi eſt ad pondus aeris ordinarii, paris cum bulla ſpatii ſeu ad p, in ratione compoſita voluminum (Cubi A B ad Cub. AC, ſeu $r-1$ ad r) & gravitatum ſpecificarum; (1 *ad* d) id eſt in ratione $r-1$ ad rd Ergo pondus aeris incluſi erit, $p, r-1 : r\,d$. Pondus pelliculæ aqueæ includentis erit ſimiliter ad pondus aeris ordinarii, paris cum bulla ſpatii, in ratione compoſita voluminum (1 *ad* r, ex hypotheſi) & gravitatum ſpecificarum (800 ad 1, per experimenta) Ergo pondus pelliculæ erit $800\,p:r$ Addito autem pondere pelliculæ ad pondus aeris incluſi habebitur pondus totius bullæ, quod erit, $p, r-1 + 800\,d, :r\,d$ id debet eſſe *minus quam* p, pondus aeris ordinarii paris cum bulla ſpatii, ut in eo bulla aſcendere poſſit; & fiet $r-1 + 800d$ minus quam rd, ergo $rd-r$ majus quam $800d-1$: adeoque r majus quam $800d-1, :, d-1$; ſeu ratio ſpatii bullæ ad ſpatium pelliculæ erit major quam $800d-1$ *ad* $d-1$. Unde ſi d ſit 10, ſeu ſi aer ordinarius ſit decuplo denſior incluſo, erit ratio ſpatii bullæ ad ſpatium quod occupat pellicula, major quàm ratio 7999 ad 9, ſeu major quam 888. 777. &c. ad unitatem; Ubi 888. ſunt unitates, ſed 777. &c. eſt fractio decimalis, nempe $\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000}$, &c. prout ad majorem exactitatem accedere lubet. Itaque ſpatium bullæ totius plus quam 888 vicibus ſpatium pelliculæ aqueæ hoc caſu continebit.

(9.) Quod ſi quis non tantum rationes ſpatiorum ſeu voluminum, ſed & ipſius craſſitiei pelliculæ rationem ad radium ſphæricæ bullæ, id eſt non corporum, ſed linearum rationem definire velit; extractione radicis cubicæ opus habebit, quam hactenus evitavimus. Pelliculæ enim craſſities eſt ad radium bullæ, qui eſt AC, ut AC - AB ad AC; ſed AB eſt AC $\sqrt[cub.]{(r-1, :r)}$ ergo pelliculæ craſſities eſt ad radium bullæ ut $1 - \sqrt[cub.]{(r-1, :r)}$ ad unitatem. Porro $r-1$ *eſt ad* r, *ut* $1-(1:r)$ *ad unitatem*, & cum r ſit major quam $800\,d-1, :, d-1$, erit $1:r$ minor quam $d-1, :, 800d-1$, & $1-(1:r)$ major quam $1-(d-1, :, 800\,d-1)$ ſeu quàm $800d-1-d+1, :, 800\,d-1$, ſeu quam $799d:, 800\,d-1$ Ergo $\sqrt[cub]{(r-1, :r)}$ major eſt quam $\sqrt[cub]{(799\,d :, 800d-1)}$

Ergo

Ergo tandem 1 - *Vcub* $(r-1, :r)$ seu crassities pelliculæ, si unitas exprimat radium bullæ, minor est quam 1-*Vcub* $(799d :, 800\,d-1)$ ut bulla in aere ordinario ascendat.

(10) Et quia simili calculo atque etiam faciliùs æstimari potest quanta debeat esse magnitudo & crassities sphæræ metallicæ aere exhaustæ, quæ in aere nostro natare possit; pono gravitatem specificam metalli esse ad gravitatem specificam aeris, ut m *ad* 1, & quia pro pellicula aquæ succedit sphæra cava metallica, ideo pro 800 succedet m. Et loco $800d-d, :, 800d-1$, succedet $md-d, :, md-1$. Sed quia posita omnimoda ad sensum exhaustione sphæræ, densitas aeris in ea residui pro nulla haberi potest, habebitur d (numerus rationem exprimens aeris ordinarii ad inclusum) pro numero infinito; ita $md-1$ æquivalebit ipsi md. Ergo pro $md-d, :, md-1$ succedet $md-d, :md$, seu $m-1, :m$, evanescente numero d quo diversæ aeris densitates comparantur. Ergo ratio crassitiei metalli ad radium sphæræ minor erit quàm ratio 1-*Vcub*. $(m-1, :m)$ ad unitatem. Idem provenisset si statim initio neglexissemus pondus aeris inclusi nec opus fuisset numero infinito. Sed iste utilis fuit, ut casus aeris rarefacti & plane exhausti uno calculo comprehenderentur. Cupri gravitas circiter noncupla est gravitatis aquæ, ergo 7200 vicibus continebit gravitatem aeris ordinarii & $m-1, :m$ erit $7199 : 7200$, vel 7199 multipl. per 30, divis: per 8, 27, 1000; seu 215970. divis per 8, 27, 1000; ubi radix cubica exacte extrahi potest ex divisore, & dat 2, 3, 10 seu 60 Et proinde *Vcub* $(m-1, :m)$ erit *V* cub (215970) divis. per 60; itaque *Vcub*. $(m-1, :m)$. cadet intra $\frac{59997}{60000}$ & $\frac{59998}{60000}$, id est $\frac{59997}{60000}$ erit minor quam dicta radix cubica. Et $\frac{60000-59997}{60000}$ seu $\frac{3}{60000}$ id est $\frac{1}{20000}$ erit major quam 1 - *Vcub*. $(m-1, :m)$ cujus ratio ad unitatem major est quam ratio crassitiei metalli ad radium sphæræ. Ergo Ratio $\frac{1}{20000}$ ad 1, seu 1 ad 20000, erit adhuc major quam ratio crassitiei metalli ad radium sphæræ. Ergo crassities metalli assumenda est minor, vel (illa data) sphæra major. Itaque tandem radius sphæræ metallicæ plus quam vicies millies continebit crassitiem metalli, ut sphæra exhausta in aere natare possit. Et proinde si metalli crassities sit unius pollicis aut duorum aut trium pollicum, erit sphæræ metallicæ diameter 3333 aut 6666 aut 9999 pedum. Et in casu medio (duorum pollicum & 6666 pedum) erit sphæræ diameter plus quam 1000 passuum. Quod si sphæræ radius esset tantum Octo pedum, ut Franc. Lana volebat; cras-

craſsæties metalli deberet eſſet $\frac{1}{2500}$ pedis, id eſt minus quam ducenteſima pars pollicis, quod fieri nequit.

(11) Nec vero credendum eſt craſsitiem duorum pollicum ſufficere ad immenſam aeris molem ſuper incumbentem ſuſtinendum: quomodo enim tantula craſsities ſuſtineret pondus quantum eſt aquæ per per mille paſſus diffuſæ, & ad triginta pedum altitudinem aſſurgentis; quod pondus, aeris ponderi æquale foret: neque enim illa fornicis ſphærici accurata uniformitas quæ rem conficeret in praxi obtineri poteſt; cùm nec materiæ uniformitas obtineri poſsit. Et duplicata vel triplicata craſsitie, quadruplicatur aut noncuplicabitur pondus incumbens; Ut jam de proprio ſphæræ pondere nil dicam. Et quanquam concederetur duplicata vel triplicata craſsitie fornicis, reſiſtentiam ejus plus quam quadruplicari aut noncuplicari, atque ita theoreticè (id eſt ſi quantum mente concipi, tantum à nobis re præſtari poſſet) problema tandem poſsibile eſſe; in praxi tamen tam immenſæ magnitudinis ſphæras conficere, & quidem ex metallo, velut cupro aut ferro, ſuperat vires humanas Itaque hîc peſſulum, ut ſic dicam, humanis conatibus obdidit Deus: & merito quidem, ne hominum ἀεροβατούντων malitia coërceri non poſſet.