Siegfried Großmann

Kausalität aus der Sicht eines Physikers

Für einen Physiker ist das Thema gewissermaßen wissenschaftlicher Alltag. Wir versuchen permanent, aus unseren Beobachtungen zu lernen, wie man Ursachen so setzen kann, daß gewollte Wirkungen entstehen. Insoweit ist Physik geradezu instrumentalisierte Kausalität. Nun kann es sehr wohl sein, daß wir durch das erfolgreiche Setzen solcher Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge unsere Vorstellung von Kausalität gegenüber anderen Definitionen dieses Begriffs für uns zurechtbiegen, physikalische Kausalität also durch unser Tun quasi neu definieren. Das würde uns aber nicht einmal betrüben.

Unsere gewonnenen Einsichten schreiben wir als mathematisch formulierte Naturgesetze auf. Da ist einmal die *klassische Mechanik* der Bewegung von Körpern, idealisiert als Massenpunkte an Stellen $\vec{x}(t)$ mit Geschwindigkeiten $\dot{\vec{x}}(t)$. Da ist zum anderen die Beschreibung durch Felder wie zum Beispiel das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x},t)$, das Schrödinger Feld $\psi(\vec{x},t)$, das Feld des metrischen Tensors $g_{\mu\nu}(x^\alpha)$ und andere. Für sie alle schreiben wir Differentialgleichungen auf. Deren Lösungen machen Angaben darüber, was aus einem gegebenen Zustand zur Zeit t_0 dann zu späteren Zeiten wird. In diesem Sinne liefern die Bewegungsgleichungen als solche par excellence kausale Beschreibung. Und zwar alle Bewegungsgleichungen, **auch** die für das Schrödinger Feld ψ der Quantenmechanik.

Ich möchte mich im Folgenden auf die klassische Mechanik beschränken. Obwohl sie in unserem Bewußtsein wie auch in dem unserer Denker und Philosophen als **der** Repräsentant einer kausalen Welt gilt, möchte ich Ihnen zeigen, daß sie genauer betrachtet sehr viel bescheidenere Aussagen macht, daß sie Kausalität in der physikalischen Welt keineswegs experimentell sichert.

In Abbildung 1 skizziere ich kurz das mathematische Modell der klassischen Mechanik. Isaak Newton (1643–1727) hat die Bewegungsgleichung $m\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(\vec{x})$ angegeben. Man kann auch andere, scheinbar finale aber äquivalente Formeln verwenden, etwa das Extremalprinzip $\int_{t_1}^{t_2} L(\vec{x}(t), \dot{\vec{x}}(t))dt = Extremum,$ wie es Joseph Lagrange (1736–1813) formulierte oder die Hamiltonschen Gleichungen (William Hamilton, 1805–1865), mit oder ohne Reibungskräfte. In jedem Falle ergeben die Lösungen $\vec{x}(t; \vec{x}_0, \dot{\vec{x}}_0, t_0)$ die gesamte Bahnbewegung des Körpers. Man kann seine Lage und Geschwindigkeit zu allen späteren Zeiten t *angeben*, wenn

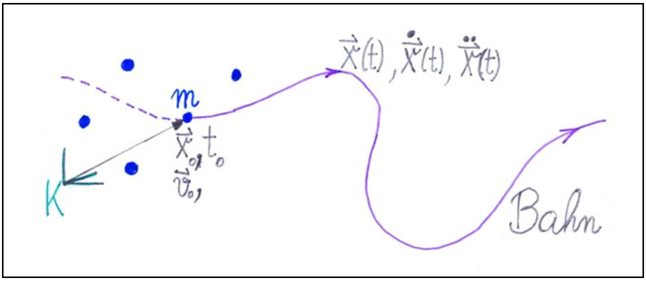

Abbildung 1
Bahn eines (von mehreren) klassischen Massenpunktes; K ist das Bezugssystem

man nur weiß, an welcher Stelle $\vec{x}_0$ und mit welcher Geschwindigkeit $\dot{\vec{x}}_0$ es zur Zeit t_0 losgegangen ist. Und man kann auch Ursachen angeben, indem man einfach nach den Zuständen (also den Lösungen) zu früheren Zeiten t fragt, deren Bahnbewegung dann durch t_0 führt, also t betrachtet, die vor t_0 liegen.

Der ehrwürdige Gründer unserer Akademie, Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), drückte das in seiner Schrift *Von dem Verhängnisse*, 1695, so aus: *„Daß sich alles durch feststehende, unzweifelhafte Bestimmung weiterentwickelt, ist ebenso sicher wie daß 3 mal 3 gleich 9 ist. […] Wenn zum Beispiel eine Kugel im freien Raum auf eine andere Kugel trifft und wenn beider Größen und Geschwindigkeiten und Richtungen vor dem Stoß bekannt sind, dann können wir berechnen und vorhersagen, wie sie gestreut und welche Bahnen sie nach dem Stoß machen werden. Das folgt aus sehr einfachen Gesetzen, die auch gelten, wenn beliebig viele andere Kugeln oder Objekte vorhanden sind. Daraus erkennt man, daß alles in der ganzen weiten Welt mathematisch vorangeht, also unfehlbar, so daß, falls jemand hinreichende Kenntnis beziehungsweise Einsicht in die innere Struktur der Dinge und außerdem genug Erinnerungsvermögen und Intelligenz hätte, um alle Umstände in Betracht zu ziehen, er ein Prophet sein würde, der die Zukunft wie in einem Spiegel sähe.“*[1] Solches wurde also schon lange vor Pierre Simon Marquis de Laplace (1749–1827) gesagt, dessen berühmter *Dämon* in diesem Zusammenhang gern zitiert wird.

Die praktische Alltagswichtigkeit solcher klassischen Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge und der Möglichkeit, Wirkungen beziehungsweise Ereignisse vorherzusagen oder ungewünschte Geschehnisse zu vermeiden, ist offenkundig. Wir fahren bedenkenlos Auto, wir steigen in

1 Aus einer englischen Version zurückübersetzt.

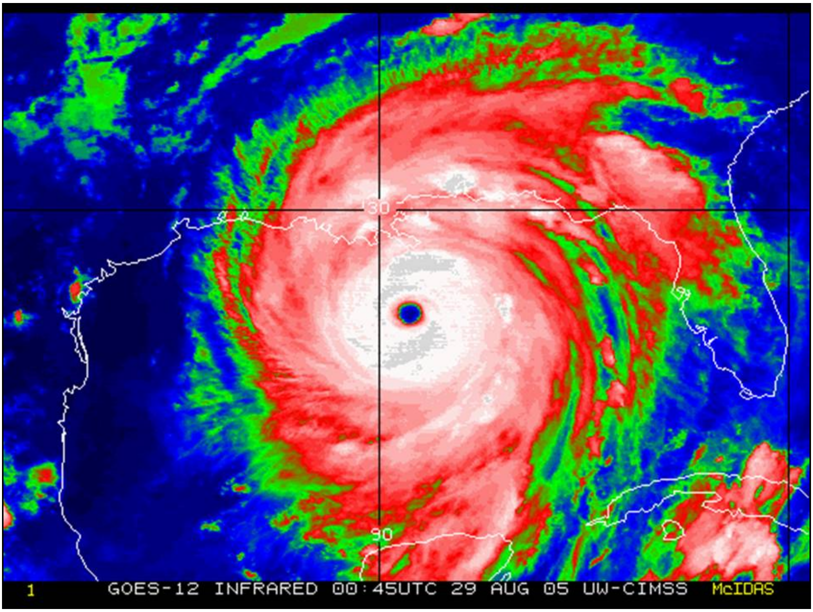

Abbildung 2
Wirbelsturm Katrina (NASA Aufnahme, von Wikipedia, Internet)

Flugzeuge, um zu fliegen, wir verwenden eine Vielzahl von technischem Gerät, starten Raketen, schicken etwa die Cassini-Huyghens Sonde unter subtiler Nutzung der Schwerefelder der zu passierenden Planeten zum Saturnmond Titan, usw. Kausalität bedeutet insoweit Determiniertheit und damit Vorhersagbarkeit. Umgekehrt setzt Vorhersage kausales Geschehen voraus.

Manchmal allerdings scheint es ärgerliche Schwierigkeiten mit Kausalketten oder mit der Vorhersagbarkeit zu geben. Etwa beim Start von Raketen, wenn sie verunglücken, bei deren unerwartetem Verglühen bei der Rückkehr, bei der mangelhaften Vorhersage der zerstörerischen Bahn eines Hurrikans (Abb. 2) oder bei extremen Wetterereignissen wie etwa dem jüngsten Schneechaos im Münsterland. Noch deutlicher sind uns die Probleme bei langfristigen Vorhersagen bewußt, wie etwa bei der Klimaentwicklung (Abb. 3).

Versagt die Kausalität hier also? Das glauben wir natürlich nicht, sonst würden wir ja nicht nach Ursachen suchen. Auch machte es dann keinen Sinn, politische Entscheidungen daraus abzuleiten. Und obwohl es sich herumgesprochen hat, daß die Quantenmechanik

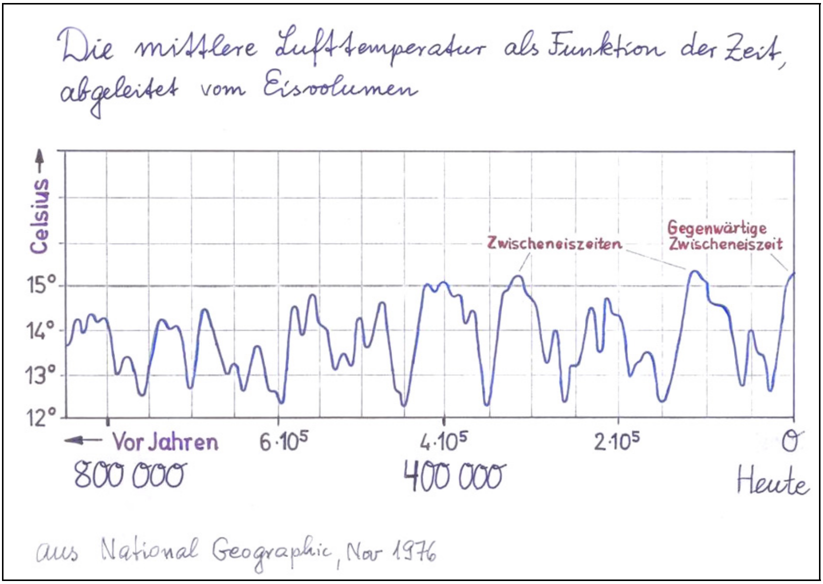

Abbildung 3
Unregelmäßige und für die Zukunft kaum vorhersagbare Entwicklung der mittleren Lufttemperatur während der letzten circa 1 Million Jahre

keine im klassischen Sinne kausale Physik ist: der Quantenmechanik werden wir ja diese genannten und andere makroskopischen Fälle mangelnder Vorhersagbarkeit oder nicht aufzeigbarer Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge kaum in die Schuhe schieben wollen.

Es gibt nun aber bei der als kausal be(vor-)urteilten klassischen Mechanik ein proviso: *Wenn(!) man weiß, daß der Massenpunkt m zur Zeit* t_0 *an der Stelle* $\vec{x}_0$ *ist und die Geschwindigkeit* $\dot{\vec{x}}_0$ *hat, dann(!) kann man ausrechnen …* **Man weiß es aber eben nicht!** Und zwar nicht nur in besonderen Ausnahmefällen nicht, sondern, wie jetzt zu überlegen sein wird, *grundsätzlich* nicht!

Darf ich Sie beispielsweise fragen: Wo befinden Sie sich jetzt gerade, wie weit etwa von der Eingangstür entfernt? Ich selbst antworte so: Ungefähr 8 *m*. Na ja, 8 *m* und 55 *cm*. Dazu bedarf es dann schon eines Zollstocks. Noch genauer? Es ergibt sich 8 *m* und 55 *cm* und 3 *mm*; statt 3 *mm* könnten es allerdings auch $3\frac{1}{2}$ *mm* oder 4 *mm* sein. Eine Ungenauigkeit von ungefähr 1 *mm* bei ungefähr 10 *m* Entfernung wäre eine relative Genauigkeit von $\epsilon \approx 10^{-4}$.

Und so ähnlich geht es uns, geht es dem messenden Physiker, immer, wenn man die Anfangswerte angeben will. Stets gibt es eine mehr oder weniger große Ungenauigkeit, gibt es einen *Messfehler* ϵ, bei der Angabe des Ist-Zustandes. ϵ ist echt größer als Null! $\epsilon > 0$ gehört zur klassischen Physik unvermeidlich dazu.

Mit dramatischen Konsequenzen! Wie in Abbildung 4 dargelegt, müssen wir statt von *einem* Anfangswert x_0 richtiger von einem ganzen ϵ-Ball von Anfangswerten ausgehen. Dieser ist nicht einmal genau abzugrenzen, wie es die Zeichnung fälschlicherweise suggeriert. Wir können bestenfalls ausschließen, daß wir außerhalb eines gewissen Gebietes starten. Ansonsten kennen wir die möglichen Anfangszustände nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit. Der anfängliche ϵ-Ball wächst im Laufe der zeitlichen Entwicklung an, verformt sich auch. Er tut das nämlich unvermeidlich immer dann, wenn das Bewegungsgesetz der klassischen Mechanik zwei grundlegende Eigenschaften hat: Es ist erstens **nichtlinear** und zweitens **intern expandierend**[2]. Letzteres wird durch einen oder mehrere positive Lyapunov-Exponenten $\lambda > 0$ gekennzeichnet. Aleksander Lyapunov (1857–1918), schrieb seine grundlegende Arbeit übrigens 1892. Abgesehen von „Spielzeug“-Beispielen wie dem harmonischen Oszillator *sind* aber die Bewegungsgesetze in der Tat nichtlinear und intern expandierend. Insbesondere gilt das für das Gravitationsgesetz der Massenanziehung.

Je größer der Wachstumsfaktor $a = e^{\lambda} > 1$ ist, desto kleiner ist die Zahl t der Schritte, für die man mit einer bestimmten, gewünschten Genauigkeit Vorhersagen machen kann. Die gewünschte Genauigkeit kennzeichnen wir durch einen zugelassenen, tolerierbaren Fehler ϵ_{tol}. Je größer ϵ_{tol}, desto länger kann man vorhersagen. Je genauer der Ist-Zustand bekannt, also je kleiner der anfängliche Meßfehler ϵ_{mess} ist, desto länger kann man vorhersagen. Grundsätzlich jedoch kann man die reale Ursache und die tatsächliche Wirkung nie genau miteinander verknüpfen, da man ja beide nicht genau kennt, nicht genau kennen kann! Eben wegen der unvermeidlichen Meßfehler!

Die Größe der Vorhersagezeit $t_{Vorhersage}$ ergibt sich aus zwei Faktoren, siehe noch einmal Abbildung 4: Sie ist zum einen systembedingt, $t_{Lyap} = 1/\log a = 1/\lambda$ den Lyapunov-Exponenten λ hat man aus der nichtlinearen Bewegungsgleichung auszurechnen. Sie ist zum anderen aber auch durch unsere begrenzten Meßmöglichkeiten bzw. unsere Genauigkeitsansprüche an die Vorhersage bestimmt. Letztere gehen logarithmisch ein, $\log(\epsilon_{tol}/\epsilon_{mess})$. Das bedeutet unter anderem, daß selbst eine Verdoppelung der Genauigkeit, was im allgemeinen

---

2 Genau genommen sind es drei Eigenschaften; hinzu kommt nämlich, daß der Phasenraum endlich ist.

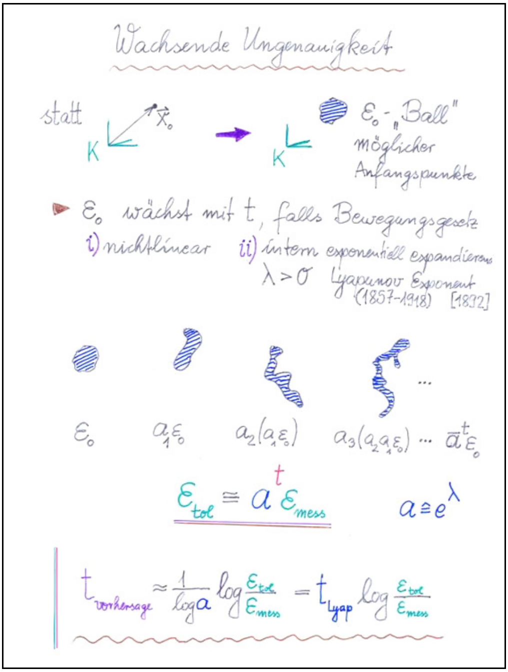

Abbildung 4
Wachsende Ungenauigkeit in der Kenntnis des physikalischen Zustands als (mathematische) Folge der Eigenschaften der klassischen Bewegungsgleichungen

bereits gewaltige Anforderungen (und Kosten) an die Meßapparatur oder die Zahl der Meßstationen usw. stellt, nur relativ schwach wirksam wird, indem sich je nach ursprünglicher Genauigkeit eine um vielleicht 10 % bis 20 % längere Vorhersagezeit ergibt.

Was wir uns auf jeden Fall bewußt zu machen haben ist: Kausalität hat in der klassischen Physik nur eine *zeitlich beschränkte Reichweite* und ist nur im Rahmen *endlicher Fehler* verifizierbar. Auch in der klassischen Mechanik sind strenge kausale Zusammenhänge **nicht** experimentell nachweisbar! Zwar sind die klassischen Bewegungsgesetze im allgemeinen Differentialgleichungen und als solche also deterministisch; wie ja übrigens auch in der Quantenmechanik. Aus x_0 berechnen wir x_t; aus ψ_0 berechnen wir ψ_t. Aber auch in der klassischen Physik ist die Verknüpfung mit der realen physikalischen Welt nur mit unvermeidlichen Meßungenauigkeiten möglich, können die Zustände nur mit Wahrscheinlichkeiten innerhalb von ϵ-Bällen angegeben werden, wie eben auch in der Quantenmechanik. In der üblichen Diskussion wird dieser wichtige, unvermeidliche Bestandteil der klassischen Physik oft ausgeblendet. Man beschränkt sich ganz allein auf die Differentialgleichungen. In der Quantenmechanik hingegen wird gern der Aspekt der auch dort deterministischen Differentialgleichung ausgeblendet und werden allein die probabilistische Interpretation und Verknüpfung mit der realen Welt betont.

Wichtige Züge einer durch eine kausale Bewegungsgleichung determinierten und doch realiter nur begrenzt vorhersagefähigen klassischen Mechanik kann man sich schon an einfachen Modellen klar machen. So wird etwa die in Abbildung 3 gezeigte Kurve der mittleren Lufttemperatur durch folgendes sehr einfache mathematische Modell beschrieben. Die den Zustand zur irgendeiner Zeit t kennzeichnende Zahl x_t möge stets zwischen 0 und 1 liegen (beschränkter Phasenraum). Das Bewegungsgesetz laute $x_{t+1} = 2 \cdot x_t \textit{ modulo } 1$, also man multipliziere den gegebenen Zustandswert x_t einfach mit 2 und wenn das Ergebnis größer ist als 1, ziehe man einfach die 1 vor dem Komma ab, genannt *modulo* 1. Startet man zum Beispiel vom Anfangswert 0,278 4, so ergibt sich der in Abbildung 5 gezeigte zeitliche Verlauf. Man kann ihn leicht (im Kopf) nachrechnen.

Nun kann man den Anfangspunkt offensichtlich nicht auf 4 Stellen hinter dem Komma genau einzeichnen. Warum also nicht zum Beispiel mit 0,278 3 beginnen, im Rahmen der Zeichengenauigkeit gar nicht unterscheidbar. Abbildung 6 zeigt, daß sich zunächst derselbe Verlauf ergibt, die beiden Kurven dann aber mehr und mehr voneinander abweichen und sich schließlich völlig unterschiedlich entwickeln. Während zum Beispiel nach 10 Schritten die eine Kurve (rot) eine sehr heiße Phase anzeigt, markiert die andere (braun) nur eine Warm- oder Zwischeneiszeit. Nach 16 Schritten zeigt die rote Kurve eine Warmzeit an, wäh-

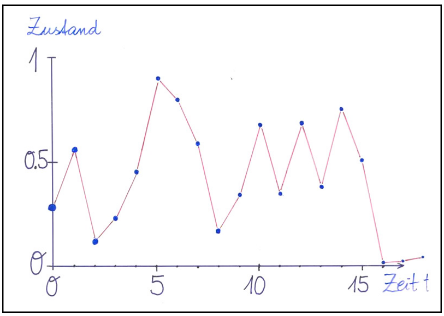

Abbildung 5
Ein einfaches Klimamodell
$x_{t+1} = 2 \cdot x_t \textit{ modulo } 1$

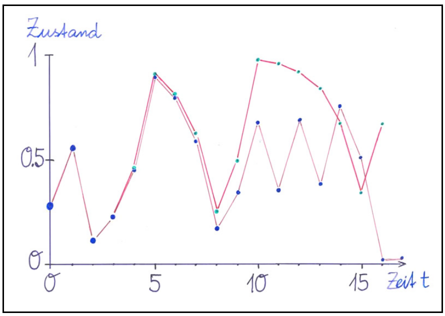

Abbildung 6
Empfindliche Abhängigkeit des zeitlichen Verlaufs vom Anfangswert. Die rote Kurve startet bei $x_0 = 0{,}278\,3$, die braune bei $x_0 = 0{,}278\,4$

rend die braune eine strenge Eiszeit verkündet. Und wenn Sie eine Vorhersage über das Gezeigte hinaus versuchen: einerseits kann man ja ausrechnen, wie es weitergeht, nämlich nach obigem Gesetz. Wenn Sie es zu sagen versuchen, ohne zu rechnen, werden Sie sich schon nach wenigen Schritten erheblich irren. – Noch schlimmer wäre es, wenn Sie statt der Multiplikation mit 2 etwa mit π malzunehmen hätten. Das könnten Sie immer nur näherungsweise machen, da Sie ja schlecht mit einer unendlichstelligen Zahl exakt multiplizieren können. Dann würde allein durch die Rundungsfehler neue Ungenauigkeit in der Vorhersage entstehen, würde somit Kausalität verloren gehen!

Was gilt nun also? Ist die klassische Mechanik das Musterkind für Kausalität oder ist sie eine statistische Physik ohne Kausalität? Verläßlichkeit versus Wahrscheinlichkeit? Die Beispiele zeigten, daß es offenbar beides gibt, in trauter Eintracht nebeneinander. Worin liegt der Denkfehler, wenn man sagt, die klassische Physik sei kausal? Ein Denkfehler, der offenbar nicht nur historisch ist? Offenbar sind es zwei Aspekte. Erstens: Die (irrige!) Vorstellung, es käme *nur* auf die Bewegungsgleichungen an; den Ist-Zustand kenne man doch sowieso hinreichend genau. Aber letzteres ist eben **nicht** so. Es ist nun mal $\epsilon > 0$! Zweitens: Die (ebenfalls irrige) Vorstellung, es gäbe nur *eine* relevante Zeitskala, nämlich die den untersuchenden Menschen interessierende, genannt t_M. Sie beträgt Sekunden, Tage, Jahre oder ähnliches. Aber: Auch das Naturgeschehen hat seine eigenen Zeitskalen, nämlich die inversen Expansionsraten λ^{-1} oder Lyapunov-Zeiten $t_{Lyap} = \lambda^{-1}$. Diese Lyapunov-Zeit beträgt zum Beispiel beim Klein-Planeten Pluto $\approx 10^{15}\,s$ oder ≈ 30 Mio. Jahre. Bei einem Atom in der Luft ist t_{Lyap} dagegen winzig, gerade mal $\approx 10^{-10}\,s$. Bei Luftströmungen mißt t_{Lyap} etwa $1s$ bis $1d$.

Wir haben nun die beiden relevanten Zeitskalen zu vergleichen. Drei Fälle sind möglich. Erstens: $t_M << t_{Lyap}$. Dann können wir so tun, als ob $\epsilon_{mess} \to 0$ wäre, weil ja dadurch die sowieso nicht in Anspruch genommene, theoretisch mögliche Vorhersagezeit $t_{Vorhersage}$ nur noch größer, unendlich, werden würde. Dann also ist das Geschehen im Rahmen der akzeptierten Genauigkeit vorhersagbar, kausal. Zweitens: $t_M >> t_{Lyap}$. In diesem Falle ist Vorhersage nicht mehr möglich, ist der tatsächliche Verlauf vom erwarteten völlig verschieden. Wir beobachten statistisches, zufälliges Verhalten, da wir den tatsächlichen Anfangszustand eben nicht kennen. Schließlich Drittens: $t_M \approx t_{Layp}$. Dann sind ungefähre Vorhersagen möglich, wenngleich es auch nicht ganz zufällig, statistisch zugeht. Die Vorhersagen sind sogar durch Meßfortschritte oder durch weniger anspruchsvolle Forderungen an die Vorhersagegenauigkeit zu verbessern. Die Einzelheiten hängen von ϵ_{mess} und ϵ_{tol} ab. Ein gutes Beispiel hierfür sind die ja nur begrenzt möglichen Wettervorhersagen.

Formal ausgedrückt liegt der Denkfehler darin, daß man nicht beachtet hat, daß die beiden Fälle: erst $\lim_{t\to\infty}$ und dann $\lim_{\epsilon\to 0}$ beziehungsweise: erst $\lim_{\epsilon\to 0}$ und dann $\lim_{t\to\infty}$ **verschieden** sind, daß diese beiden doppelten Limites eben je nach Reihenfolge **etwas anderes** ergeben. In Worten ausgedrückt ist es für typische mechanische Systeme etwas völlig anderes, ob man ihr Verhalten bei einem endlichen ϵ-Ball von Anfangswerten für eine gewählte, auch große Zeit betrachtet und erst nachträglich den Meßfehler verkleinert, *oder* ob man den Meßfehler von vornherein vernachlässigt, ihn also Null setzt, und nur eine einzige Anfangsbedingung betrachtet, für die man aus der Differentialgleichung den zeitlichen Verlauf bestimmt. Physikalische Realität ist es, *erst* die interessierende Zeit für unsere Vorhersage zu wählen und dabei die Endlichkeit des Meßfehlers, $\epsilon > 0$, zu beachten. Man darf eben nicht so tun, als ob man von vornherein $\epsilon \to 0$ denken dürfte. Und da notwendigerweise $\epsilon_{tol} \geq \epsilon_{mess}$, kann man auch nicht besser als bis auf diesen Meßfehler genau vorhersagen.

Im Kern ist also mit der klassischen Mechanik für eine reale Welt Kausalität nicht nachweisbar. Es kommt auf die interessierende Zeit im Vergleich zu $t_{Vorhersage}$ an, ob wir ein Phänomen „praktisch“ als kausal, als in (manchmal hervorragender Näherung) vorhersagbar ansehen können, oder ob uns das Geschehen nicht vielmehr als völlig statistisch erscheint, oder schließlich als im Übergangsbereich liegend und deshalb durch Vergrößerung der Genauigkeiten als verbesserbar erfahren wird, also als weder kausal noch als statistisch. Die klassische Mechanik ist eben *nicht nur* eine Differentialgleichung; sie ist außerdem durch eine – meßfehlerbehaftete – Vorgabe der Anfangswerte und durch die Rückübersetzung der Endwerte in nachmeßbare Vorhersagen an die reale Welt anzukoppeln. Dadurch verliert sie ihren rein mathematischen, durch die Lösung von Differentialgleichungen bestimmten, kausalen Charakter, genauer, man kann diesen nicht mehr durch Experimente belegen. Und das geht grundsätzlich nicht, eben wegen $\epsilon > 0$ zusammen mit $\lambda > 0$.

Eine nur scheinbar kleine Anmerkung: In der Mathematik kann man sagen, na ja, wenn eine Aussage denn für *jedes* $\epsilon > 0$ gilt, kann man daraus auf den Grenzfall $\epsilon = 0$ schließen, und so gilt die mathematische Vorhersagbarkeit eben doch für jeden Anfangszustand x_0. Diesen Schluß zieht man ohne weiteres Nachdenken gerne aber leichtsinnigerweise auch für die klassische Mechanik. Physikalisch geht es aber leider nicht so. Denn wir müssen schon experimentell überprüfen, ob es wirklich für *jeden* Fehler $\epsilon \neq 0$ klappt. Und in der realen Welt, also in der Physik, kann man das eben grundsätzlich nicht tun. Da kann es immer wieder passieren, daß bei größerer Genauigkeit der Messung, sprich bei Verkleinerung von ϵ_{mess}, neue, bisher nicht bemerkbare Einflüsse durchschlagen und die Vorhersage verändern. Zum Beispiel zeigen sich erst bei genauerem Hinsehen Abweichungen, die eine

Erklärung verlangen, etwa daß ein bisher unbekannter Planet, später Pluto genannt, die Bahnen der bis dahin bekannten Planeten zwar nur wenig, aber bei ausreichender Genauigkeit dann doch nachweisbar beeinflußt. Oder sowohl die genaue Form wie auch die Art des Gesteins der Erdoberfläche führen zu kleinen Korrekturen in der lokalen Erdanziehung und beeinflußen dadurch ein wenig die Bewegungen im Schwerefeld. Oder es kommt bei sehr genauem Hinsehen sogar eine ganz neue Physik ins Spiel: Wir wissen seit etwa 80 Jahren, daß die klassische Mechanik für mikroskopisch genaue Messung *expressis verbis* tatsächlich **nicht** mehr korrekt ist, sie ihre Gültigkeit verliert.

Vielleicht lohnt der Hinweis, wie perfekt der Wahrscheinlichkeitscharakter auch der klassischen Physik tatsächlich ist. Wenn man zum Beispiel ϵ_{tol} in obigem Klimamodell etwa $\frac{1}{2}$ wählt und immer dann, wenn x_t kleiner als 0,5 ist, eine 0 notiert und wenn es größer als 0,5 ist, sich eine 1 hinschreibt, erzeugt man Folgen wie 0100110110001..., die man auch erhält, wenn man eine Münze wirft und Kopf als 0 sowie Adler als 1 markiert (oder umgekehrt). Münzwurf gilt bei Spielern als ein statistischer Zufallsprozeß. 0 und 1 sind gleichverteilt und es gibt im statistischen Mittel keinerlei Korrelationen zwischen aufeinanderfolgenden Ziffern. Genau so etwas produziert nun aber, wie wir gesehen haben, bereits eine einfache mathematische Rechenvorschrift (für fast alle Anfangswerte x_0, um genau zu sein). Also, berechenbar und doch im Ablauf komplett statistisch. Wie reich doch die als so einfach und kausal geltende klassische Mechanik ist! Nur leider, als Nachweis für Kausalität in der physikalischen Welt kann sie nicht dienen.

Aber das wußten unsere Väter im Grunde auch schon. So schreibt etwa James Clark Maxwell (1831–1879) schon auf den ersten Seiten seines Buches *Matter and Motion*, 1877, Neuauflage 1920, Seiten 13/14: *„Es ist ein metaphysischer Grundsatz* (doctrine)*, daß dieselben Vorgänger* (same antecedents) *stets dieselben Nachfolger* (same consequences) *haben. Niemand kann dies leugnen. Nur ist das nicht von viel Nutzen in dieser Welt, in der dieselben Vorgänger niemals wieder auftreten und nichts zweimal geschieht.*

Ein physikalischer Grundsatz verwandter Art lautet, daß ähnliche (like) *Vorgänger stets ähnliche Nachfolger haben. Hier aber sind wir von Gleichheit* (sameness) *zu Ähnlichkeit* (likeness) *übergegangen, von absoluter Genauigkeit zu mehr oder weniger guter Näherung.*

Es gibt mancherlei Erscheinungen, bei denen ein kleiner Fehler in den Daten ein nur geringes Verschieben im Ergebnis bewirkt. Der Geschehensablauf heißt in diesen Fällen stabil. Es gibt aber auch andere Klassen von Phänomenen, komplizierteren, [...]. In solchen Fällen können Einflüsse, deren physische Größe zu klein ist, um von irgendeinem endlichen Wesen bemerkt zu werden, Ergebnisse von größter Wichtigkeit hervorrufen.

Wenn also diejenigen Förderer der physikalischen Wissenschaften, von denen die intelligente Öffentlichkeit ihre Vorstellung von Physik herleitet, bei der weiteren Aufdeckung der Natur dazu kommen werden, Unstetigkeit und Unstabilität statt Stetigkeit und Stabilität zu untersuchen, so dürfte der Fortschritt in der Naturerkenntnis die Überwindung unserer Vorurteile zugunsten des Determinismus bewirken, […].“

Immerhin ist das *vor* der Quantenmechanik gesagt worden und *vor* unserer heutigen Formulierung vom *deterministischen Chaos*, das die physikalische klassische Mechanik als das **Duo** von Bewegungsgleichung **und** Meßfehler/Expansivität ansieht. Kausalität ist darin nur näherungsweise verifizierbar, wenn auch manchmal in hervorragend guter Approximation. Für das alltägliche Leben reicht es dann meist aus, können wir auf das **Paradigma Kausalität** als ein höchst brauchbares Modell setzen.